Évaluation de la Nouvelle-Écosse
Mathématiques en 8e année
Leçons apprises

L'erreur doit être analysée pour cibler les difficultés des élèves. Bien analysée par l'enseignant et bien comprise par l'enfant, l'erreur doit être formatrice. Karine Deval

NOVA SCOTIA
NOUVELLE-ÉCOSSE

12-2018

Table des matières

Dans le présent document, le générique masculin est utilisé sans aucune discrimination et dans le seul but d'alléger le texte.

nouvelle orthographe

But de ce document

Ce document, *Leçons apprises,* a été développé à la suite d'une analyse du document *Rapport de description d'items* de l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2017–2018 : mathématiques en 8^e^ année* dans le but d'appuyer le personnel enseignant qui enseigne les mathématiques en 6^e^, 7^e^, 8^e^ et 9^e^ année, en particulier les enseignants de la 7^e^ et de la 8^e^ année, les administrateurs d'école et le conseil scolaire afin de planifier les prochaines étapes de l'enseignement pour améliorer le rendement des élèves dans tous les domaines mathématiques. L'analyse de ces items constitue la fondation de ce document qui a été développé pour aider le personnel enseignant à explorer minutieusement ces domaines en salle de classe, par l'entremise d'une variété de concepts mathématiques, au cours du processus d'enseignement et d'évaluation.

Le document *Rapport de description d'items* est rédigé aussitôt après l'apparition des résultats de l'évaluation. Ce document met en relation chaque item avec les résultats d'apprentissage et les processus cognitifs du domaine mathématique correspondant. De plus, on y trouve le pourcentage d'élèves qui ont correctement répondu à chaque item au niveau provincial. Chaque école reçoit son propre *Rapport de description d'items*, par l'intermédiaire du conseil scolaire, incluant les pourcentages de la province, du conseil scolaire et ceux de ses élèves. Le conseil scolaire et les écoles doivent examiner leurs données et les comparer à celles de la province afin de discuter des forces et des défis et de proposer des stratégies pour appuyer les élèves au cours de leurs apprentissages en guise d'améliorer leur rendement en mathématiques.

Le document *Leçons apprises* met spécifiquement la lumière sur les forces ainsi que les défis que les élèves ont rencontrés dans les divers domaines mathématiques. Il est essentiel que le personnel enseignant fonde l'évaluation des apprentissages en mathématiques sur les attentes du programme d'études en recueillant des données provenant d'une variété de ressources, qui témoignent jusqu'à quel point les élèves satisfont à ces attentes, afin de déterminer les prochaines étapes les plus appropriées pour leurs élèves. Pour assurer la validité et la fiabilité de l'évaluation ainsi que pour favoriser l'amélioration du rendement des élèves en mathématiques, le personnel enseignant doit utiliser des stratégies d'enseignement et d'évaluation qui répondent aux besoins spécifiques des élèves.

Ce document, *Leçons apprises*, fournit une vue d'ensemble des tâches mathématiques incluses dans l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2017–2018 : mathématiques en 8^e^ année*, des informations au sujet des résultats de cette évaluation et une série des leçons apprises. Ces leçons présentent des suggestions relatives aux stratégies d'apprentissage, d'enseignement et d'évaluation ainsi que des suggestions à propos de prochaines étapes à planifier pour appuyer les élèves et des exemples d'items d'évaluation.

En planifiant l'évaluation, individuellement ou pendant des rencontres des membres de la communauté d'apprentissage professionnelle (CAP), le personnel enseignant doit toujours avoir en tête les questions suivantes :

- Qu'est-ce que je veux que les élèves apprennent? (Établir des buts d'apprentissage clairs.)
- À quoi l'apprentissage doit-il ressembler? (Établir des critères de réussite clairs.)
- Comment saurai-je que les élèves sont en train d'apprendre?
- Comment dois-je préparer les occasions d'apprentissage pour que tous les élèves puissent apprendre?

Vue d'ensemble de l'Évaluation de la Nouvelle-Écosse : mathématiques en 8e année

Les Évaluations de la Nouvelle-Écosse sont des évaluations à grande échelle qui procurent des données fiables à propos de la qualité de l'apprentissage des élèves de la province en ce qui concerne ce qui est prescrit en lecture, en écriture et en mathématiques dans les programmes d'études visant des niveaux scolaires déterminés. Ce qui les distingue de nombreux autres tests normalisés, c'est que toutes les questions sont conçues par des enseignants de la Nouvelle-Écosse afin que celles-ci correspondent étroitement aux résultats d'apprentissage des programmes d'étude provinciaux, ainsi les résultats des évaluations présentent un aperçu de la qualité d'apprentissage chez les élèves par rapport aux programmes d'études. On peut véritablement compter sur ces résultats afin de présenter un portrait précis de la qualité d'apprentissage chez les élèves par rapport au programme d'études non seulement au niveau de l'école, mais aussi pour chacun des conseils scolaires ainsi que pour l'ensemble de la province. Puisque toutes ces évaluations correspondent aux résultats d'apprentissage des programmes d'études de la Nouvelle-Écosse, et comme elles sont développées par des enseignants de la province, il est donc possible d'analyser les résultats afin de déterminer si le curriculum, les pratiques pédagogiques et les ressources scolaires sont adéquats. De plus, puisqu'il est possible d'avoir accès aux résultats individuels de chaque élève, les enseignants peuvent concilier ces notes avec les résultats de leurs propres évaluations en classe afin de mieux reconnaître les forces et les défis de leurs élèves et par la suite adapter leurs pratiques pédagogiques en conséquence.

L'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse : mathématiques en 8e année* fournit des informations au sujet du rendement de chaque élève en mathématiques et complémente les données d'évaluation recueillies dans la salle de classe. Cette évaluation se déroule à la fin de la 8e année. Elle est développée de manière à fournir des informations détaillées au sujet de chaque élève dans la province afin de porter un jugement sur la progression de son rendement vers l'atteinte des résultats d'apprentissage du programme d'études jusqu'à la fin de la 8e année.

Cette évaluation comprend

- des tâches mathématiques qui reflètent une sélection de résultats d'apprentissage pris des programmes d'études de mathématiques jusqu'à la fin de la 8e année (voir le tableau 1);
- des items qui sont tous à réponse choisie;
- des items qui sont rédigés de manière à fournir un large éventail de défis ainsi qu'une grande gamme du rendement individuel de l'élève.

Tableau 1 : Résultats d'apprentissage choisis pour cette évaluation

Domaine	Sous-domaine	Résultats d'apprentissage spécifiques
Nombre	Nombre (N)	*6N4, 7N1, 7N2, 7N3, 7N5, 7N6, 7N7, 8N1, 8N2, 8N3, 8N4, 8N5, 8N6, 8N7
Régularités et relations	Régularités (RR1)	7RR1.1, 7RR1.2, 8RR1.1,
	Variables et équations (RR2)	7RR2.4, 8RR2.1
Forme et espace	Mesure (FE1)	6FE1.2, 6FE1.3, 7FE1.1, 7FE1.2, 8FE1.1, 8FE1.3, 8FE1.4
	2-D et 3-D (FE2)	5FE2.1, 5FE2.2, 6FE2.1, 7FE2.1,
	Transformations (FE3)	6FE3.4, 7FE3.2, 7FE3.4
Statistique et probabilité	Analyse de données (SP1)	7SP1.1, 7SP1.3, 8SP1.1
	Chance et incertitude (SP2)	7SP2.1, 8SP2.1

**6N4 : le 1er chiffre indique le Niveau scolaire (6e année), la lettre N indique le domaine (Nombre) et le 3e chiffre indique le numéro du RAS dans le programme d'études.*

Les niveaux cognitifs des questions de mathématiques :

- *Connaissance* : les questions de connaissance requièrent que l'élève se rappelle ou reconnaisse des informations, des noms, des définitions ou des étapes d'une démarche.
- *Application* : les questions d'application requièrent un certain degré de compréhension que l'élève devra avoir pour appliquer ses connaissances mathématiques pour répondre correctement.
- *Analyse* : les questions d'analyse requièrent que l'élève aille au-delà de l'application et de la compréhension jusqu'aux habiletés mentales supérieures telles que l'analyse, les généralisations et la résolution de problèmes.

Tableau 2 : Tableau de spécifications montrant le pourcentage des questions alloué à chaque niveau cognitif

Tableau de spécifications : Niveaux cognitifs	
Niveau cognitif	**Pourcentage**
Connaissance	20–25 %
Application	55–60 %
Analyse	20–25 %

Ces pourcentages sont aussi recommandés pour les évaluations à base quotidienne dans la salle de classe.
Note : Pour plus de renseignements sur les niveaux cognitifs des questions, veuillez consulter l'Annexe A.

L'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2017-2018 : mathématiques en 8^e^ année* comprend 76 items répartis sur deux jours : 38 items au jour 1, de durée 90 minutes, et également 38 items au jour 2, de durée 90 minutes. Le tableau ci-dessous montre la répartition des items par jour, par domaine mathématique et par niveau cognitif.

Tableau 3 : Nombre d'items par domaine mathématique et par niveau cognitif

Nombre d'items au jour 1				
	Connaissance	Application	Analyse	Total
Nombre	3	9	2	14
Régularités et relations	2	3	1	6
Mesure	2	3	1	6
2D-3D/transformations	1	3	1	5
Statistique et probabilité	2	4	1	7
Nombre d'items au jour 2				
	Connaissance	Application	Analyse	Total
Nombre	3	9	2	14
Régularités et relations	2	3	1	6
Mesure	2	3	1	6
2D-3D/transformations	1	3	1	5
Statistique et probabilité	2	4	1	7

Niveaux de rendement

Les quatre niveaux de rendement pour l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse : mathématiques en 8^{e}* année sont décrits ci-dessous. Pour cette évaluation, on s'attend à ce que les élèves se situent au niveau 3.

Niveau 1 : Au niveau 1, les élèves sont généralement capables de résoudre les problèmes qui sont simples et énoncés de façon claire ou pour lesquels on leur suggère la méthode de résolution. Ils connaitront une plus grande réussite avec les problèmes portant sur des concepts mathématiques des années précédentes. Ils sont capables de faire certaines opérations de base (+, -, x, ÷), mais ne comprennent pas nécessairement quand il convient d'utiliser chacune de ces opérations. Ils arrivent à reconnaitre certains termes et symboles mathématiques, principalement ceux des niveaux de scolarisation antérieurs.

Niveau 2 : Au niveau 2, les élèves sont généralement capables de résoudre les problèmes qui sont semblables à des problèmes qu'ils ont vus antérieurement. Leur capacité de résoudre les problèmes dépend d'un petit nombre de méthodes qui leur sont familières. Ils sont généralement capables de faire les opérations de base (+, -, x, ÷) et comprennent quand utiliser ces opérations. Ils comprennent et sont capables d'utiliser certains termes et symboles mathématiques, en particulier ceux des niveaux de scolarisation antérieurs.

Niveau 3 : Au niveau 3, les élèves sont généralement capables de résoudre les problèmes qui font intervenir plusieurs étapes et sont susceptibles de parvenir à résoudre des problèmes qu'ils n'ont jamais vus. Ils sont capables d'appliquer correctement les opérations numériques (+, -, x, ÷) pour des nombres entiers, des nombres décimaux et des fractions et savent porter un jugement pour déterminer si la réponse se tient ou non. Ils comprennent et sont capables d'utiliser de nombreux termes et symboles mathématiques, y compris ceux de leur niveau de scolarisation actuel.

Niveau 4 : Au niveau 4, les élèves sont capables de résoudre des problèmes nouveaux et complexes. Ils sont capables d'appliquer avec aisance les opérations numériques (+, -, x, ÷) pour des nombres entiers, des nombres décimaux et des fractions. Ils sont capables de réfléchir soigneusement quand il s'agit de déterminer si la réponse se tient ou non. Ils trouvent les termes et les symboles mathématiques faciles à utiliser et à comprendre.

Résultats de l’évaluation

Le déroulement de l’*Évaluation de la Nouvelle-Écosse : mathématiques en 8e année* a été mis en œuvre depuis l’année scolaire 2012–2013. Les données qui suivent indiquent les pourcentages du rendement des élèves du Conseil scolaire acadien provincial en mathématiques au niveau 3 et plus : 65% (2012–2013), 67% (2013–2014), 53 % (2014–2015), 72 % (2015–2016) et 61 % (2017–2018).

Trois-cent-quatorze (314) élèves de la huitième année, du Conseil scolaire acadien provincial, ont participé à cette évaluation en 2017–2018. Ce qui suit donne une idée du rendement de ces élèves aux quatre niveaux de rendement :

- Le rendement des 7 % des élèves est au niveau 1. Ils ne répondent pas aux attentes de l’évaluation.
- Le rendement des 32 % des élèves est au niveau 2. Ils s’approchent des attentes de l’évaluation.
- Le rendement des 49 % des élèves est au niveau 3. Ils répondent aux attentes de l’évaluation.
- Le rendement des 12 % des élèves est au niveau 4. Ils surpassent les attentes de l’évaluation.

Tableau 3 : Le pourcentage d’élèves situés à chacun des niveaux de rendement

	2012–2013	2013–2014	2014–2015	2015–2016		2017–2018
Niveau de rendement 1	7 %	11 %	14 %	4 %		7 %
Niveau de rendement 2	28 %	23 %	33 %	24 %		32 %
Niveau de rendement 3	59 %	58 %	47 %	53 %		49 %
Niveau de rendement 4	6 %	8 %	6 %	19 %		12 %

Leçons apprises de l'Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2017-2018 : mathématiques en 8e année

L'analyse des résultats de l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2017–2018 : mathématiques en 8e année* a généré des observations et des constatations importantes qui pourraient aider le personnel enseignant à planifier un enseignement de qualité et des activités d'apprentissage qui permettent aux élèves de répondre aux attentes des programmes d'études. Dans ce document, ces observations et ces constatations recueillies sont organisées en **cinq leçons** ayant trait au processus de résolution de problèmes et aux quatre domaines mathématiques des programmes d'études : le nombre, les régularités et les relations, la forme et l'espace, et la statistique et la probabilité.

Chaque leçon est divisée en quatre sections pour répondre aux quatre questions suivantes :

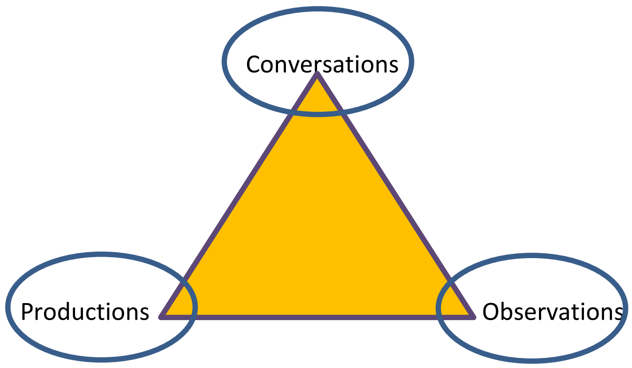
- **A.** Quelles conclusions peut-on tirer de l'évaluation de mathématiques en 8e année?
- **B.** Quelles sont les idées fausses ou les erreurs présentes dans le raisonnement des élèves?
- **C.** Quelles sont les prochaines étapes pour l'enseignement de la classe ou des élèves individuels?
- **D.** Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage de l'élève?

Messages clés

Les programmes d'études de mathématiques de la Nouvelle-Écosse se fondent sur plusieurs principes concernant l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques, ainsi que l'évaluation des apprentissages des élèves. Ces principes découlent des travaux de recherche et de la pratique de l'enseignement. Parmi ces principes, citons :

- L'apprentissage des mathématiques est un processus actif et constructif.
- Le meilleur apprentissage se fait quand on définit clairement les attentes et qu'on offre un processus continu d'évaluation et de rétroaction.
- Les apprenants sont des individus qui ont un bagage solide en toutes sortes de connaissances et d'expériences acquises antérieurement. Ils effectuent leurs apprentissages selon divers styles et à diverses cadences.
- Pour qu'il y ait un véritable apprentissage, il faut offrir des contextes pertinents et un milieu encourageant l'exploration, la prise de risques et la pensée critique tout en favorisant les attitudes positives et les efforts soutenus.
- Les élèves sont des apprenants curieux et actifs qui ont chacun leurs propres centres d'intérêts, d'aptitudes et de besoins. À leur arrivée en classe, ils ont un bagage solide préalable en diverses connaissances, expériences vécues et valeurs culturelles. Pour bien développer la maitrise des mathématiques, il est essentiel d'établir des liens avec ces expériences et ces valeurs.
- L'évaluation au service de l'apprentissage est un aspect essentiel d'un enseignement efficace. Ce type d'évaluation incite l'enseignant à mettre plus d'emphase sur la progression de l'apprentissage au cours d'une leçon, d'un chapitre ou d'un module. À cet effet, l'enseignant sera capable de déterminer quand et comment intervenir pour identifier la prochaine étape afin de réviser et d'adapter les démarches et les stratégies suivies, ainsi que les activités d'apprentissage en lien avec les résultats d'apprentissage pour répondre aux besoins de tous les élèves.
- Il existe plusieurs stratégies d'évaluation au service de l'apprentissage, telles que le questionnement, les observations, les entrevues, l'analyse des produits de l'élève, la vérification de la compréhension conceptuelle de l'élève, l'engagement de l'élève en passant en revue la progression de ses apprentissages, l'évaluation par les pairs, l'autoévaluation, la rétroaction descriptive…
- L'évaluation de l'apprentissage est le processus de collecte et d'interprétation des évidences en guise d'examiner à quel point est rendu l'apprentissage de l'élève à la fin d'une période de temps. Cet examen permet à l'enseignant de porter des jugements sur la qualité des apprentissages de l'élève selon des critères bien établis et d'attribuer une valeur quantitative pour représenter cette qualité. L'information recueillie pourrait être utilisée dans le but de communiquer le rendement de l'élève aux parents, aux tuteurs et tutrices, aux autres enseignants, aux élèves eux-mêmes ainsi qu'à la communauté éducative au sens large.
- En ayant recours à l'évaluation au service de l'apprentissage et à l'évaluation de l'apprentissage, l'enseignant doit voir au niveau cognitif de chaque question qu'on pose aux élèves. Les niveaux cognitifs des questions exigent de l'élève de réaliser des tâches qui requièrent des connaissances conceptuelles, des savoirs procéduraux, des habiletés d'analyse, ainsi que des stratégies de résolution de problèmes.
- L'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse (ÉNÉ) : mathématiques en 8^e^ année* constitue une partie du portrait global de l'évaluation du rendement de chaque élève et complémente les données recueillies en classe au sujet de l'évaluation.
- Avant de planifier l'enseignement, en utilisant les suggestions mentionnées dans chaque leçon de ce document à ce sujet et au sujet de l'évaluation, il est important que les enseignants passent en revue les résultats de l'élève conjointement avec ceux de l'ÉNÉ actuelle de mathématiques. Une variété d'évaluations au service de l'apprentissage et de l'apprentissage en salle de classe devrait être analysée pour déterminer les forces et les besoins de l'élève ainsi que les domaines qui nécessitent plus d'attention au cours de l'enseignement ou d'intervention pour appuyer cet élève.

- Il est essentiel d’opter pour une évaluation équilibrée en mathématiques tout le long de l’apprentissage. Les enseignants doivent utiliser une variété de stratégies d’évaluation qui leur permettent de recueillir des preuves d’apprentissage par triangulation des données, c’est-à-dire par des observations, des conversations (entrevues) et des productions qui démontrent de ce que l’élève connait, peut faire et peut exprimer.
  La triangulation augmente la fidélité et la validité de l’évaluation de l’apprentissage des élèves et facilite la mise en œuvre de la différenciation pédagogique. « En utilisant la triangulation, on tient compte de tous les styles d’apprentissage et l’on engage tous les élèves, y compris ceux qui éprouvent de la difficulté à s’exprimer par écrit et ceux et celles qui n’ont pas l’habileté d’entreprendre une tâche d’évaluation écrite en vue de montrer leur apprentissage. » — Anne Davies (Traduction libre)



Mathématiques en 8^e année – Leçon apprise 1
La résolution de problèmes

Apprendre par l'entremise de la résolution de problèmes devrait être au centre de l'étude des mathématiques à tous les niveaux. La résolution de problèmes est l'une des composantes critiques que les élèves rencontrent dans un programme de mathématiques. La résolution de problèmes exige et accroit une certaine compréhension conceptuelle et un engagement de la part des élèves afin qu'ils puissent atteindre les buts d'une culture mathématique et devenir des apprenants à vie durant. Lorsque les élèves font face à des nouvelles questions et qu'ils répondent à des questions telles que « Comment ferait-on…? » ou « Comment pourrait-on…? », le processus de résolution de problèmes est enclenché. Les élèves développent leurs propres stratégies de résolution de problèmes en entendant parler de différentes stratégies, en les discutant et en les essayant.

« Le principe de loin le plus important pour l'amélioration de l'enseignement des mathématiques est de faire en sorte que les mathématiques soient une affaire de problèmes pour les élèves (Hiebert et collab., 1996). Ceux-ci doivent résoudre des problèmes, non pour mettre en pratique les notions mathématiques qu'ils maitrisent déjà, mais pour en apprendre de nouvelles. Lorsqu'ils doivent résoudre des problèmes judicieusement choisis et se concentrer sur les méthodes de résolution, il en résulte une nouvelle compréhension des concepts mathématiques associés à la tâche. Ils sont nécessairement, et de manière optimale, engagés dans une pensée réflexive sur les concepts en cause lorsqu'ils cherchent activement des liens ou qu'ils analysent des régularités. C'est aussi ce qui se passent quand ils trouvent quelles méthodes fonctionnent ou pas, justifient leurs résultats ou évaluent les idées des autres et s'interrogent à propos de ces idées. Les points correspondants dans leur structure cognitive se mettent en action pour donner une signification aux nouveaux concepts. La résolution de problèmes est le meilleur moyen d'enseigner la plupart, sinon la totalité, des principales procédures et des principaux concepts mathématiques. »
(*L'enseignement des mathématiques, L'élève au centre de son apprentissage*, 6–8, Van de Walle et Lovin, 2006)

Pour qu'une activité soit fondée sur la résolution de problèmes, il faut qu'elle demande aux élèves de déterminer une façon d'utiliser leurs connaissances antérieures pour arriver à la solution. Si on a déjà donné aux élèves des façons de faire, ce n'est plus d'un problème qu'il s'agit, mais d'un exercice. Un vrai problème exige que les élèves utilisent leurs connaissances antérieures d'une façon différente et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes exige et accroit une certaine compréhension conceptuelle et un engagement, une persévérance et une collaboration de la part de l'élève. La résolution de problèmes est un outil puissant d'enseignement qui favorise la recherche de solutions multiples, créatives et innovatrices. La création d'un environnement où les élèves recherchent et se mettent à trouver, ouvertement, diverses stratégies de résolution de problèmes leur donne le pouvoir d'explorer des solutions de rechange et les rend aptes à prendre des risques mathématiques de façon confiante et intelligente.

Les élèves ont besoin d'explorer une grande variété de stratégies de résolution et de vérification de problèmes ayant trait à tous les domaines mathématiques. Ils doivent envisager le défi de trouver des solutions multiples pour des problèmes donnés et avoir des occasions de créer et de résoudre leurs problèmes.

A. Quelles conclusions peut-on tirer de l'évaluation de mathématiques en 8^e année?

L'analyse des résultats de *l'Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2017–2018 : mathématiques en 8^e année* révèle que les élèves comprennent bien les procédures de résolution de problèmes ayant trait au niveau de connaissance et d'application si toute l'information est explicitement fournie. Il est toutefois important de signaler que les problèmes ayant trait au niveau d'analyse présentent un sérieux défi pour la majorité des élèves de la 8^e année. En général, les sources de difficultés en résolution de problèmes contextuels et à multiples étapes sont attribuées à une incompréhension du contexte mathématique, à un manque des connaissances antérieures et, conséquemment, à la détermination de la stratégie à appliquer sans essayer de comprendre le contexte évoqué dans le problème. Partant de ce fait, on pourrait conclure que des élèves heurtent un obstacle quand ils sont en face d'un problème mathématique du niveau d'analyse relevant de n'importe quel domaine mathématique.

B. Quelles sont les idées fausses ou les erreurs présentes dans le raisonnement des élèves?

Il est important de faire la distinction entre une idée fausse et une erreur. Une idée fausse est, en effet, une conception erronée que l'élève transporte avec lui et qui le mène à commettre des erreurs. Plusieurs raisons sont à l'origine des erreurs commises en mathématiques. Il y a des erreurs systématiques causées par des idées fausses. Ces erreurs nécessitent une intervention directe de la part de l'enseignante ou de l'enseignant. Il y a aussi des erreurs fortuites qui sont dues à un manque d'attention ou à une distraction.

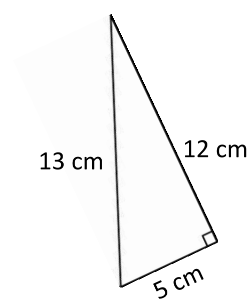
Exemple 1

Calcule l'aire de ce triangle rectangle.

$$\text{Aire} = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$$

$$\text{Aire} = \frac{5 \times 13}{2}$$

$$\text{Aire} = 32{,}5\ \text{cm}^2$$



Dans l'exemple 1, l'idée fausse est quand l'élève applique la formule de l'aire d'un triangle, en considérant le côté vers le haut comme la hauteur et le côté d'en bas comme la base. Cette idée fausse a causé l'erreur commise par l'élève. Pour corriger cette situation, il faut présenter aux élèves des triangles rectangles de différentes orientations, tout en expliquant que **la base et la hauteur sont les deux côtés de l'angle droit quelle que soit l'orientation du triangle**.

Exemple 2

3,65 + 2,38 = 603

Dans l'exemple 2, **l'erreur commise est due à un manque d'attention. L'élève oublie de placer la virgule décimale dans la réponse**.

En raison de ce qui précède, on pourrait dire que les erreurs commises par les élèves résultent de l'image que les élèves se font des problèmes. Par exemple, dans un problème contextuel, traduire les mots en nombres empêche parfois les élèves à réfléchir et à trouver la stratégie appropriée pour résoudre le problème. Dans un problème comportant le théorème de Pythagore, la 1re attitude prise est : il faut faire des opérations avec des nombres en appliquant une relation. N'ayant pas confiance en lui, l'élève n'est pas habitué à faire des essais avec des variables, il reste inactif face au problème ; voulant trouver une réponse, il fait n'importe quoi.

En plus, il faut mentionner que lorsque les élèves envisagent une situation de résolution de problèmes, il apparait qu'ils ont été piégés par des expressions mathématiques qui ne leur sont pas familières ou qui sont vagues et difficiles à comprendre (par exemple : La température a **chuté**… L'utilisation du verbe **chuter**, au lieu de baisser, n'a pas permis à plusieurs élèves de résoudre un problème contextuel évoquant la variation de température). En outre, lorsque les élèves considèrent qu'un problème est un problème de mathématiques, ils croient, à tort, qu'ils doivent chercher à y associer simplement des calculs routiniers avec peu de soucis relativement au sens du contexte et à la vraisemblance des réponses.

L’examen des résultats des élèves de la province de l’*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2017–2018 : mathématiques en 8e année*, révèle que :

- 55 % des élèves n’ont pas su résoudre un problème contextuel évoquant le théorème de Pythagore.
- 55 % des élèves ont commis des erreurs lors de la résolution d’un problème contextuel à l’aide de la relation de Pythagore.
- 60 % des élèves n’étaient pas capables de résoudre un problème contextuel comportant la division de deux fractions.
- 64 % des élèves n’ont pas compris comment utiliser le concept des proportions pour résoudre un problème contextuel à plusieurs étapes compotant une carte routière à l’échelle.
- 69 % des élèves ont commis des erreurs lors de la résolution d’un problème contextuel comportant la détermination d’un taux à l’aide des fractions.
- 74 % des élèves ont envisagé un grand défi lors de la résolution d’un problème contextuel évoquant le calcul de l’aire totale d’un cylindre.

C. Quelles sont les prochaines étapes pour l’enseignement de la classe ou des élèves individuels?

Enseigner les mathématiques par l’entremise de la résolution de problèmes est une approche familière à quelques enseignants et nouvelle à d’autres. « Pour enseigner par l’entremise de la résolution de problèmes, l’enseignant pose, dès le début du cours un problème à résoudre; il permet ainsi d’instaurer un contexte qui favorise et justifie l’apprentissage. Cette stratégie se distingue de l’approche plus traditionnelle qui consiste, notamment, à expliquer une nouvelle procédure, puis à demander aux élèves de résoudre quelques problèmes écrits. Le fait d’enseigner par l’entremise de la résolution de problèmes permet aux élèves de réfléchir au problème, d’élaborer diverses solutions, puis de découvrir par eux-mêmes la marche à suivre à partir de leur travail.
(*PRIME : Sens des nombres et des opérations, Connaissances et stratégies*, p. 154, Marian Small, Duval, 2008)

Approche axée sur la résolution de problèmes
La résolution de problèmes est une approche omniprésente à travers tous les programmes de mathématiques de la maternelle à la 12e année.

« Pourquoi enseigner par l’entremise de la résolution de problèmes? On enseigne par l’entremise de la résolution de problèmes pour plusieurs raisons :

- Les mathématiques prennent un sens.
- En recourant à la résolution de problèmes, l’enseignant est mieux à même de comprendre la pensée mathématique de l’élève.
- Les problèmes sont plus motivants quand ils présentent un défi.
- La résolution de problèmes favorise la persévérance.
- La résolution de problèmes permet l’accroissement de l’assurance, l’optimisation de la compréhension et la diversité des styles d’apprentissage et des méthodes.
- Les problèmes sont l’occasion de s’exercer avec les concepts et les habiletés.
- Par l’entremise de la résolution de problèmes, les élèves s’approprient le sens et la raison d’être des mathématiques.
- Les élèves doivent s’exercer à résoudre des problèmes. »

(*PRIME : Sens des nombres et des opérations, Connaissances et stratégies*, p. 154, Marian Small, Duval, 2008)

Selon Van de Walle et Lovin, dans leur ressource *L'enseignement des mathématiques, L'élève au centre de son apprentissage* 2006, L'enseignement des mathématiques par l'entremise de la résolution de problèmes comporte trois grandes étapes : **avant**, **pendant** et **après**. Pour plus de renseignements, vous pouvez vous référer à Van de Wall et Lovin, *L'enseignement des mathématiques, L'élève au centre de son apprentissage*, Tome 3, 6–8, 2006, pp. 10 à 19. La ressource de base, *Chenelière mathématiques 7 et 8, ProGuide, Planification et évaluation,* 2009 suggère la même approche. Pour plus de détails sur cette approche, vous pouvez vous référer aux pages 13 et 14 de ce ProGuide.

Note : Le manuel de l'élève *Chenelière mathématiques 8, Édition PONC*, comprend une liste de 10 stratégies de résolution de problèmes à la page 368. Pour plus de renseignements sur ces stratégies, veuillez consulter l'Annexe E.

Des stratégies de lecture aux stratégies mathématiques
Pour plus de renseignements sur ces stratégies, veuillez consulter l'Annexe B.

D. Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage de l'élève?

Les questions suivantes, ayant trait aux différents domaines mathématiques, pourraient représenter des exemples appropriés pour évaluer les apprentissages des élèves.

Il est important d'encourager les élèves à partager leurs stratégies et leurs solutions. Une riche discussion favorise le développement de nouvelles stratégies de résolution de problèmes.

Exemples :

1. Georges, Alex et Pauline ont ensemble 96 $.
Si Georges donne cinq dollars à Alex et quatre dollars à Pauline, alors chaque personne aura le même nombre de dollars.

Combien de dollars Georges avait-il au départ?

- ○ 9
- ○ 32
- ○ 41
- ○ 87

2. Un panier de fruits contient des pommes, des oranges et des poires. Le rapport du nombre de pommes au nombre d'oranges est de 1 : 3 et le rapport du nombre d'oranges au nombre de poires est 4 : 3.

Quel est le rapport du nombre de pommes au nombre de poires?

- ○ 3 : 4
- ○ 1 : 4
- ○ 4 : 9
- ○ 1 : 12

3. Pierre achète une tarte au bleuet. Le premier jour, il mange la moitié de cette tarte.
Le deuxième jour, il mange un tiers de ce qui reste de la tarte.
Le troisième jour, il mange la moitié de la partie restante.

Quelle fraction de la tarte de départ reste-t-il?

- ○ $\frac{1}{6}$
- ○ $\frac{1}{4}$
- ○ $\frac{1}{3}$
- ○ $\frac{1}{2}$

4. Mona a voyagé six kilomètres de la manière suivante :

- Elle a couru les deux premiers kilomètres, à raison de 10 km/h.
- Elle a fait au vélo les deux kilomètres suivants, à raison de 12 km/h.
- Elle a fait en voiture les deux derniers kilomètres, à raison de 60 km/h.

Combien de minutes a-t-il fallu à Mona pour voyager les six kilomètres?

- ○ 2 minutes
- ○ 10 minutes
- ○ 12 minutes
- ○ 24 minutes

5. Dans la classe de Mme LeBlanc, il y a 12 élèves qui aiment jouer au soccer, 8 élèves au tennis et 5 élèves aiment jouer au soccer et au tennis.

Combien d'élèves y a-t-il dans la classe de Mme LeBlanc?

- ○ 13
- ○ 15
- ○ 20
- ○ 25

6. Wapi a 128 billes dans un bocal. Chaque fois qu'il met la main dans le bocal, il retire la moitié des billes qui sont dans le bocal.

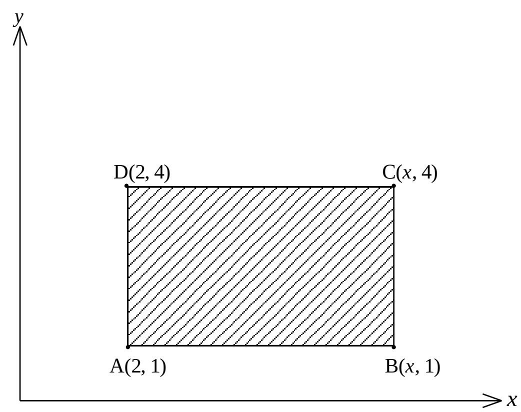
Combien de fois doit-il mettre la main dans le bocal et retirer des billes pour qu'il reste exactement 1 bille dans le bocal?

- ○ 4
- ○ 5
- ○ 6
- ○ 7

7. David trace un rectangle ABCD dans un plan cartésien où le cm est l'unité de mesure.
L'aire du rectangle est de 30 cm^2.
Les coordonnées des sommets A, B, C et D sont indiquées sur le schéma ci-contre,

Quelle est la valeur de x?

- ○ 8
- ○ 10
- ○ 12
- ○ 15



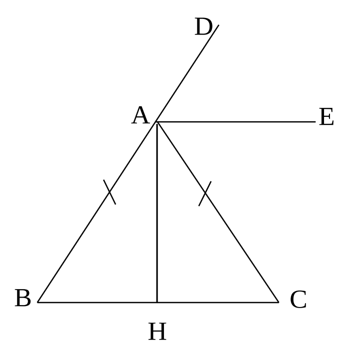
8. Le triangle isocèle ABC a : $\overline{AB} = \overline{AC}$ et $\angle ABC = 40^o$.

On prolonge $\overline{BA}$ jusqu'à D. $\overline{AH}$ est la bissectrice de $\angle BAC$.

On trace $\overline{AE}$ la bissectrice de $\angle CAD$.
(La figure n'est pas à l'échelle.)

Lequel des énoncés suivants **n'est pas** vrai?

- ○ $\overline{AH}$ est la médiatrice de $\overline{BC}$.
- ○ $\overline{AE}$ est parallèle à $\overline{BC}$.
- ○ $\overline{AE}$ est perpendiculaire à $\overline{AH}$.
- ○ $\angle BAC = 60^o$



9. Les élèves de l’École Bellevue ont vendu 180 billets pour une loterie. Rubina a acheté un certain nombre de billets. Un billet gagnant sera tiré au hasard. La probabilité pour que l’on tire un billet de Rubina est égale à $\frac{1}{20}$.

Combien de billets Rubina a-t-elle achetés?

- ○ 1 billet
- ○ 9 billets
- ○ 20 billets
- ○ 36 billets

10. Suppose que tu lances deux cubes identiques numérotés de 1 à 6 et une pièce de monnaie.

Combien y a-t-il de résultats possibles?

- ○ 14
- ○ 24
- ○ 38
- ○ 72

Mathématiques en 8^{e} année – Leçon apprise 2
Le nombre

Il est important de reconnaitre que les nombres constituent un domaine fondamental dans l'étude de plusieurs autres domaines. Les efforts déployés par les élèves pour maitriser la détermination du terme général d'une régularité donnée dépend de leur compétence à utiliser des nombres. Plusieurs concepts algébriques, que les élèves étudient, au cours du secondaire premier cycle et au début du secondaire deuxième cycle sont essentiellement de l'arithmétique généralisée. Par exemple, examinons les nombres et les opérations qui entrent en jeu lors de la résolution de l'équation $2x + (-4x) = -8$. Les élèves doivent d'abord acquérir le sens des nombres pour saisir la signification de la mesure et pour interpréter des données numériques en statistique et en probabilité.

Les fractions, les nombres décimaux, les pourcentages, les rapports et les proportions jouent un rôle essentiel dans l'apprentissage et l'utilisation des mathématiques dans la vie de tous les jours. Continuellement, les élèves sont bombardés par ces nombres, au centre commercial, au supermarché, à la télévision, à la radio, dans les journaux et les magazines, dans les jeux électroniques, etc. À cet effet, ils ont besoin d'une certaine compétence à manipuler efficacement ces nombres afin de pouvoir estimer des quantités, évaluer des annonces et des publicités, prendre une décision éclairée lors de l'achat ou de la vente d'objets, et calculer efficacement pour composer avec le quotidien de notre société technologique.

Les élèves doivent être exposés à une variété de représentations des fractions, des nombres décimaux et des pourcentages afin de se construire une image mentale permanente de ces nombres, d'être en mesure d'établir des liens entre ces représentations et de consolider leurs apprentissages. L'utilisation de modèles pour organiser, enregistrer et communiquer des idées mathématiques facilite les représentations. À l'aide d'un matériel concret, de schémas et de symboles, les modèles servent à faire voir les mathématiques. Le recours à ces modèles aide aussi à s'approprier le concept de fraction, de nombre décimal et de pourcentage et à les comprendre.

A. Quelles conclusions peut-on tirer de l'évaluation de mathématiques en 8^{e} année?

Un examen minutieux des réponses des élèves à des questions de l'évaluation révèle qu'ils ont des difficultés à comprendre et à appliquer le raisonnement proportionnel conjointement avec le raisonnement numérique. Le pilier du raisonnement proportionnel est le raisonnement multiplicatif qui existe entre des quantités qui se présentent sous forme de fractions, de nombres décimaux, de pourcentages, de rapports, de taux et de proportions. En revanche, le raisonnement numérique est fondé sur le raisonnement additif qu'on trouve parmi des quantités qui se présentent sous forme de nombres naturels et de nombres entiers. Les exemples ci-après donnent une idée de la différence entre ces deux types de raisonnement dans le domaine de nombre.

Exemple 1

La masse d'un chaton A est de 300 g et celle d'un chaton B, de même âge, est de 500 g. Au bout de deux semaines, la masse de A devient 600 g et celle de B 800 g. Quel est le chaton qui a le plus engraissé?

Les réponses des élèves se divisent en deux catégories. Des élèves disent que c'est le chaton A et d'autres disent que c'est le chaton B.

Les élèves qui disent que c'est le chaton B pensent aux nombres dans un cadre absolu, c'est-à-dire, ils comparent le nombre 800 g au nombre 500 g, malgré que le même nombre de grammes, soit 300 g, qui s'est ajouté à la masse de chaque chaton. Ces élèves ont acquis le raisonnement additif. Pourquoi les autres élèves disent que c'est le chaton A plutôt que B qui a engraissé le plus? Ces élèves considèrent les nombres dans le cadre relatif du raisonnement multiplicatif ou proportionnel. Ils déterminent que la masse du chaton A a augmenté de 100 % environ, tandis que celle de B a augmenté de 60,0 %.

Exemple 2

Le périmètre d'un carré est de 32 cm. On double la longueur de son côté. Que devient son périmètre?

Les élèves à raisonnement additif résolvent cette question comme suit : Ils calculent la longueur du côté, soit 8 cm. Ils doublent cette longueur, soit 16 cm. Ensuite, ils calculent le nouveau périmètre, soit 64 cm. Les élèves à raisonnement multiplicatif voient que le périmètre est proportionnel à la longueur du côté. Donc, si la longueur double, le périmètre double aussi, soit 64 cm.

Dès le jeune âge les élèves commencent à appliquer des stratégies du raisonnement additif. Même, à partir de la 3^e année, ils apprennent que la multiplication est une addition répétée, la soustraction est l'opération opposée de l'addition, la division est une soustraction répétée ou l'opération inverse de la multiplication. Ultérieurement et jusqu'à la fin de la 8^e année, les élèves étudient des concepts mathématiques dans le domaine de nombre tels que la fraction, le nombre décimal, le pourcentage, le rapport, le taux, la proportion et la fonction linéaire qui sont les pierres angulaires du raisonnement multiplicatif et pourtant ils font face à des lacunes dans l'acquisition du raisonnement proportionnel, un raisonnement qui exige la capacité de traiter plusieurs idées ou quantités à la fois. Il est essentiel d'amener les élèves à passer d'un raisonnement additif à un raisonnement multiplicatif dès leur jeune âge.

En général, la plupart des élèves ont rencontré des difficultés lors de la conversion entre les représentations des fractions, des nombres décimaux et des pourcentages. Toutefois, plusieurs élèves montrent une bonne compréhension des opérations de base et des procédures, mais ils éprouvent des difficultés lors du calcul d'augmentation ou de diminution de pourcentage et lors de la conversion d'un pourcentage fractionnaire en nombre décimal.

B. Quelles sont les idées fausses ou les erreurs présentes dans le raisonnement des élèves?

L'enseignement est plus efficace quand les idées fausses sont repérées, défiées et améliorées. Pour traiter des idées fausses, inciter les élèves à expliquer comment ils sont arrivés à leurs réponses ou leurs règles. Une fois une idée fausse est décelée, il faut intervenir rapidement afin de corriger la situation en ayant recours au vrai concept mathématique.

Exemples de quelques idées fausses :

- La multiplication de deux fractions consiste à multiplier les numérateurs par eux-mêmes ainsi que les dénominateurs par eux-mêmes. Il y a des élèves qui appliquent l'algorithme de la multiplication de deux fractions à l'addition de deux fractions. Exemple : $\frac{2}{7}+\frac{3}{5}=\frac{5}{12}$ au lieu de $\frac{31}{35}$.

  Dans cet exemple, l'erreur commise est due à une idée fausse qui est le résultat de l'application inadéquate d'une différente règle que l'élève a apprise au sujet des fractions.

- Une autre idée fausse est mise en évidence lors de la comparaison de deux fractions. Quelques élèves pensent, à tort, que plus le dénominateur de la fraction est grand plus la fraction est petite. Les élèves ne tiennent pas compte du numérateur quand ils comparent deux fractions.

  Cette idée fausse est la cause de l'erreur suivante : $\frac{6}{7} < \frac{1}{2}$ au lieu de $\frac{6}{7} > \frac{1}{2}$.

- L'idée fausse la plus commune est l'application fautive de la règle de distributivité comme le montre l'exemple suivant : $a - 3(b - c) = a - 3b - 3c$. Le nombre –3 est mal distribué. Le développement de cette expression doit donner la bonne réponse $a - 3(b - c) = a - 3b + 3c$

L'examen des résultats des élèves de la province de l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2017–2018 : mathématiques en 8e année*, révèle que

- 51 % des élèves ont eu de la difficulté à placer en ordre croissant des nombres naturels et des racines carrées.
- 53 % n'ont pas su convertir correctement un nombre fractionnaire donné en pourcentage.
- 55 % des élèves ont commis des erreurs lors de la détermination de l'expression équivalente d'une expression numérique en utilisant la propriété de la distributivité.
- 58 % des élèves ont montré qu'ils ne comprennent pas comment effectuer des calculs avec des pourcentages combinés.
- 60 % des élèves ont incorrectement divisé deux fractions.
- 64 % des élèves n'ont pas su concrétiser le concept de proportion en contexte de carte routière à l'échelle.
- 69 % des élèves ont n'étaient pas capables de déterminer un taux dont le calcul comporte des fractions.

C. Quelles sont les prochaines étapes pour l'enseignement de la classe ou des élèves individuels ?

Au premier abord, il faut fournir aux élèves des occasions d'apprentissage qui leur permettent de résoudre des problèmes contextualisés comportant la conversion entre les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages.

L'étape suivante consiste à aider les élèves à transiter de l'utilisation de représentations comme un outil didactique utilisé dans un contexte familier vers l'utilisation de représentations comme stratégie qu'ils peuvent utiliser dans un nouveau contexte.

Il est crucial que les enseignants fournissent aux élèves des situations d'apprentissage qui leur permettent d'acquérir des compétences pour manipuler les nombres et les opérations avec souplesse et aisance. Il est fortement conseillé d'éviter l'utilisation répétitive d'une même méthode machinale de calcul. Diversifier les stratégies de calcul, d'estimation et de calcul mental est hautement recommandé afin d'outiller les élèves avec les notions mathématiques qui les aident à être des citoyens éclairés.

Il est temps que les enseignants élargissent leur conception de la signification du calcul en mathématiques. Sans conteste, le calcul est un ensemble de stratégies qui fournissent des occasions de faire apprendre aux élèves l'utilité des nombres dans notre vie. Pour ce faire :

- Inciter les élèves à discuter des liens entre les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages.
- Poser aux élèves des questions qui les mettent en défi et qui les stimulent à réfléchir.
- Demander aux élèves de présenter plus d'une façon de la conversion entre les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages.
- Fournir aux élèves plusieurs occasions d'apprentissage pour acquérir le raisonnement proportionnel.
- Encourager les élèves à communiquer leurs idées à l'oral et à l'écrit.
- Encourager les élèves à partager leurs stratégies de résolution de problèmes, de les comparer et d'en choisir celles qui fonctionnent adéquatement.

D. Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage de l'élève?

Les questions suivantes, ayant trait aux nombres et aux opérations, pourraient représenter des exemples appropriés pour évaluer les apprentissages des élèves.

Il est important d'encourager les élèves à partager leurs stratégies et leurs solutions. Une riche discussion favorise le développement de nouvelles stratégies de résolution de problèmes.

Exemples :

1. Je suis un nombre impair, situé entre 12^2 et 13^2.
Je contiens le chiffre 5.
Je suis divisible par 3.

Qui suis-je?

- ○ 145
- ○ 152
- ○ 157
- ○ 159

2. Évalue cette expression : $\dfrac{[9-(-3)](-2)}{(-4)(-3)}$

- ○ 1
- ○ 2
- ○ −1
- ○ −2

3. Quel nombre naturel est égal à $(1\times 2)(\frac{1}{1}-\frac{1}{2})+(2\times 3)(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+(3\times 4)(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})$?

- ○ 1
- ○ 2
- ○ 3
- ○ 4

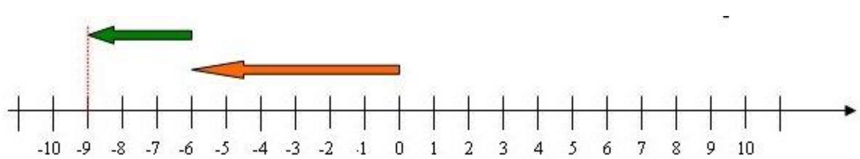
4. Lequel des nombres suivants est à la fois divisible par 3 et par 4?

- ○ 726
- ○ 462
- ○ 216
- ○ 126

5. Quel nombre décimal est égal à 0,65 % ?

- ○ 6,5
- ○ 0,65
- ○ 0,065
- ○ 0,006 5

6. Quelle opération est représentée par la droite numérique suivante?



- ○ (−6) + (− 9)
- ○ (−6) − (− 9)
- ○ (−6) − (− 3)
- ○ (−6) + (− 3)

7. Quel pourcentage est égal à $2\frac{3}{4}$?

- ○ 2,34 %
- ○ 2,75 %
- ○ 0,275 %
- ○ 275 %

8. Évalue l'expression suivante : $4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3}$

- ○ 1
- ○ $1\frac{5}{6}$
- ○ $2\frac{4}{9}$
- ○ $10\frac{2}{3}$

9. Une banque locale affiche un taux d'intérêt annuel de 1,25 % sur les comptes d'épargne. Jean effectue un dépôt de 340,00 $ à cette banque, le premier janvier 2014.

Quel est le montant total d'intérêt gagné à la fin du mois de décembre 2014?

- ○ 425,00 $
- ○ 374,85 $
- ○ 34,85 $
- ○ 4,25 $

10. Le prix courant d'un ordinateur était de 449,00 $, en juillet 2014. En septembre 2014, cet ordinateur était en vente pour 399,00 $.

Quel était le pourcentage de diminution du prix de cet ordinateur?

- ○ 50 %
- ○ 12,5 %
- ○ 11,1 %
- ○ 1,25 %

11. Une musicienne a une corde de piano de $8\frac{3}{4}$ m de longueur. Elle découpe la corde en des morceaux de $\frac{2}{3}$ m.

Quelle longueur de la corde reste-t-il à la musicienne?

- ○ $\frac{1}{12}$ m
- ○ $\frac{2}{3}$ m
- ○ $\frac{3}{4}$ m
- ○ $\frac{5}{6}$ m

12. Le prix d'une bicyclette, dans un magasin de liquidation, a été réduit deux fois. Le prix courant était de 200 $. Ce prix a été réduit une première fois de 20 %. Une semaine plus tard, la bicyclette affichait un rabais supplémentaire de 10 %.

Quel est le pourcentage total de diminution du prix courant de cette bicyclette?

- ○ 26%
- ○ 28%
- ○ 30%
- ○ 39%

13. Une ville comptait 1 500 habitants en 1999.
En 2014, sa population est devenue 1 800 habitants.

Quel est le pourcentage d'augmentation de la population de cette ville de 1999 à 2014?

- ○ 12 %
- ○ 15 %
- ○ 20 %
- ○ 30 %

14. Paul a besoin de 6 heures pour peindre sa chambre.
Pour le faire seul, son frère Lee a besoin de 4 heures.
Pour le faire seule, sa sœur Mona a besoin de 3 heures.

De combien de minutes ont-ils besoin si Paul, Lee et Mona peignent ensemble la chambre?

- ○ 13 minutes
- ○ 45 minutes
- ○ 80 minutes
- ○ 540 minutes

15. Sur une carte routière, l'échelle est de 1 : 5 000 000.
Cela signifie que 1 cm sur la carte représente une distance réelle de 5 000 000 cm.
La distance réelle en ligne droite entre deux villes est de 250 km.

Quelle est la distance en centimètres sur la carte entre ces deux villes?

- ○ 0,5 cm
- ○ 5 cm
- ○ 20 cm
- ○ 200 cm

Mathématiques en 8^e année – Leçon apprise 3
Les régularités et les relations

Les régularités et les relations font partie de tous les domaines des programmes de mathématiques de la maternelle à la neuvième année. L'étude des régularités et des relations vise le développement du raisonnement algébrique qui nécessite l'intervention de plusieurs compétences conceptuelles et procédurales, telles que l'abstraction, la généralisation, la résolution de problèmes, la communication, l'utilisation de modèles, la mathématisation et la représentation de situations réelles à l'aide de symboles ainsi que l'analyse de changement. Il faut qu'on soit conscient que les mathématiques ne sont pas des constructions arbitraires. Elles sont issues de l'évolution de notre cerveau dans un monde qui a des régularités intéressantes, telles que la régularité des nombres, la régularité de l'espace, la régularité du temps, etc. Le cerveau humain a tendance à internaliser ces régularités dans le but de fortifier ses capacités d'analyse et de synthèse afin de composer avec les phénomènes naturels, sociétaux et environnementaux.

Les élèves de la huitième année devraient montrer qu'ils sont capables de se construire une image mentale d'une situation concrète, de généraliser et de tirer des conclusions plausibles en se basant sur l'observation et sur l'interprétation d'exemples simples. Ils devraient montrer qu'ils sont capables de travailler avec des symboles qui représentent des inconnues afin de mathématiser une situation réelle sous la forme d'une équation algébrique qui leur permet de raisonner, d'inférer et de produire de l'information nouvelle à partir des données existantes. Les élèves devraient acquérir une souplesse et une aisance en passant d'une représentation – concrète, tabulaire, graphique et équation algébrique – à une autre. Les élèves devraient apprendre à reconnaitre, prolonger, créer et à utiliser les régularités mathématiques. Apprendre à travailler avec les régularités au secondaire premier cycle aide les élèves à développer leur raisonnement algébrique qui est fondamental pour aller plus loin dans l'exploration de l'abstrait en mathématiques au secondaire deuxième cycle.

A. Quelles conclusions peut-on tirer de l'évaluation de mathématiques en 8^e année?

On a constaté que les élèves étaient capables de résoudre correctement des équations algébriques ayant trait aux niveaux de connaissance et d'application. En plus, ils ont bien montré qu'ils sont capables d'associer un graphique à sa table de valeurs ou à son équation et vice-versa. Toutefois, ils ont eu des difficultés à reconnaitre le graphique d'une relation linéaire définie par un énoncé verbal. Il faut souligner l'habileté remarquable des élèves à utiliser les carreaux algébriques pour représenter les étapes de la résolution d'une équation algébrique. En ce qui concerne la détermination de l'expression mathématique du terme général d'une régularité donnée, un assez grand nombre d'élèves montrent qu'ils ne comprennent pas cette notion dont l'importance est indéniable dans la compréhension des fonctions.

En tout cas, l'examen des résultats des élèves de l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2017–2018 : mathématiques en 8^e année* montre que plusieurs élèves ont eu de la difficulté avec les questions qui évoquent des tâches nécessitant la résolution de problèmes ayant trait au niveau de l'analyse, surtout des problèmes comportant la prédiction de la valeur du n^e terme d'une régularité. Quand les élèves essaient de déterminer l'expression algébrique du n^e terme, il est très important pour eux de comprendre la façon d'utiliser correctement les données qui permettent de déterminer cette expression au lieu de se fier au tâtonnement.

B. Quelles sont les idées fausses ou les erreurs présentes dans le raisonnement des élèves?

Les idées fausses que les élèves ont au sujet des régularités et des relations les mènent à utiliser incorrectement des méthodes de résolution de problèmes évoquant la détermination d'une expression algébrique du n^e terme d'une régularité donnée sous forme imagée ou sous forme tabulaire. Ceci est dû à un manque de stratégies adéquates qui met l'élève face à une position d'incapacité de faire la distinction entre une situation pour laquelle la stratégie est applicable et une situation pour laquelle elle ne l'est pas.

Les élèves de la huitième année ont une idée fausse du sujet de la traduction d'une régularité imagée en table de valeurs ou en une expression algébrique. Ils conçoivent vaguement la manière dont les régularités à base de symboles et de variables sont utilisées mathématiquement pour décrire des changements et représenter des relations quantitatives. Est-ce que ceci est dû au fait que les élèves ne possèdent pas dans leur répertoire les connaissances préalables nécessaires à comprendre ce concept ou à cause de la situation problème qui a rendu trop complexe l'exécution d'une tâche pourtant familière? Est-ce que cette idée fausse est une cause de l'incompréhension du contexte des régularités et des relations ou une conséquence?

Exemples de quelques idées fausses :

- La table de valeurs suivante montre le salaire d'un électricien composé d'un taux fixe et d'un taux variable.

Temps, *t* (h)	**Salaire, *s* ($)**
1	65
2	90
3	115
4	140

En examinant la table de valeurs, on voit que le salaire varie constamment à raison de 25 $/h parce que quand le temps augmente de 1 heure, le salaire augmente de 25 $. Donc, on peut dire que la relation entre le salaire, s, et le temps, t, est linéaire. Son équation est de la forme $s = \mathrm{m}t + \mathrm{b}$. D'habitude, la majorité des élèves ne savent pas appliquer le raisonnement récursif pour déterminer la valeur de m (25 $/h) et celle de b (40 $). Tout calcul fait, l'équation est $s = 25t + 40$.

- Soit l'équation $2x - 4 = 6x$
  $x - 4 = 3x$
  $x = -2$
  au lieu de $x - 2 = 3x$
  $x = -1$
  Remarquer que l'élève a simplement divisé les coefficients de x par 2 et il n'a pas tenu compte du terme constant 4. Il a dû diviser tous les termes par 2 et avoir $x - 2 = 3x \Rightarrow x = -1$.

- Soit l'équation $3x + 5 = 11$. Pour résoudre cette équation, les élèves ont appris qu'il faut éliminer 5 du membre gauche de l'équation. Pour ce faire, ils soustraient 5 des deux membres de l'équation et trouve la réponse suivante :
  $3x + 5 = 11$
  $3x + 5 - 5 = 11 - 5$
  $3x = 6$
  $x = 2$
  Si l'on demande aux élèves de résoudre l'équation $3x - 5 = 11$, quelques élèves transfèrent la méthode précédente et l'appliquent à cette équation comme suit :
  $3x - 5 - 5 = 11 - 5$
  au lieu de $3x - 5 + 5 = 11 + 5$.

Une explication de cette idée fausse est que les élèves concernés ont une mauvaise compréhension du signe négatif (–) et de la préservation de l'égalité.

L'examen des résultats des élèves de la province de *l'Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2017–2018 : mathématiques en 8^e^ année*, révèle que

- 54 % des élèves n'étaient pas capables d'appliquer correctement la propriété de la distributivité pour développer pour développer un binôme donné.
- 69 % des élèves ont eu de difficulté lors de la détermination de l'expression algébrique du terme général d'une régularité donnée.

C. Quelles sont les prochaines étapes pour l'enseignement de la classe ou des élèves individuels ?

Les régularités sont de puissantes idées mathématiques qui ont servi à résoudre plusieurs problèmes du monde réel. Une régularité pourrait être représentée sous forme littérale, sous forme tabulaire, sous forme graphique, sous forme d'une expression ou sous forme d'une équation algébrique. Pour réussir dans ce domaine mathématique, il faut que les élèves soient capables d'utiliser ces différentes représentations pour mathématiser des situations réelles. Pour y parvenir, les enseignants doivent fournir aux élèves des occasions d'apprentissage qui leur permettent de raisonner algébriquement et d'organiser leur pensée récursive.

Bien que les élèves, au cours des années précédentes, aient eu maintes occasions de travailler avec des régularités et des relations linéaires, on constate que plusieurs parmi eux n'ont pas atteint le stade de passer du raisonnement numérique au raisonnement proportionnel puis algébrique. Les élèves ont besoin d'être exposés à plusieurs expériences d'apprentissage qui leur permettent de développer leur symbolisme mathématique et leur raisonnement algébrique. Le symbolisme, utilisant des variables, des équations et des relations linéaires, est une stratégie efficace que les élèves peuvent utiliser pour conceptualiser des idées, pour résoudre des problèmes et pour appuyer la communication de leurs idées. Tous les élèves peuvent bénéficier d'un appui continu et d'activités d'enrichissement. Pour n'importe quelle activité donnée, il y aura toujours des élèves qui ont besoin de plus ou de moins d'appui, ou des élèves qui ont besoin d'activités d'enrichissement pour approfondir leur compréhension conceptuelle.

Les élèves ont eu de la difficulté dans la détermination de l'expression du $n^{\text{ième}}$ terme d'une régularité qui leur permet de calculer la valeur de n'importe quel terme. Ils ont besoin de continuer à travailler sur des questions d'analyse faisant appel à différents modes de représentations de régularité tels que les tables de valeurs, le mode imagé, les graphiques et les équations.

D. Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage de l'élève?

Les questions suivantes, ayant trait aux régularités et aux relations, pourraient représenter des exemples appropriés pour évaluer les apprentissages des élèves.

Il est important d'encourager les élèves à partager leurs stratégies et leurs solutions. Une riche discussion favorise le développement de nouvelles stratégies de résolution de problèmes.

Exemples :

1. Examine la régularité suivante :

Figure 1 Figure 2 Figure 3

Quel est le nombre d'étoiles dans la 80^{e} figure?

- ○ 240
- ○ 241
- ○ 244
- ○ 320

2. Abraham a un ensemble de carreaux carrés. Le côté du premier carreau est de 1 cm, celui du deuxième carreau est de 2 cm, celui du troisième carreau est de 3 cm et ainsi de suite.

Quelle table de valeurs montre la variation de l'aire du carreau quand la longueur du côté augmente?

○

Côté (cm)	Aire (cm^2)
1	2
2	4
3	6
4	8

○

Côté (cm)	Aire (cm^2)
1	1
2	4
3	9
4	12

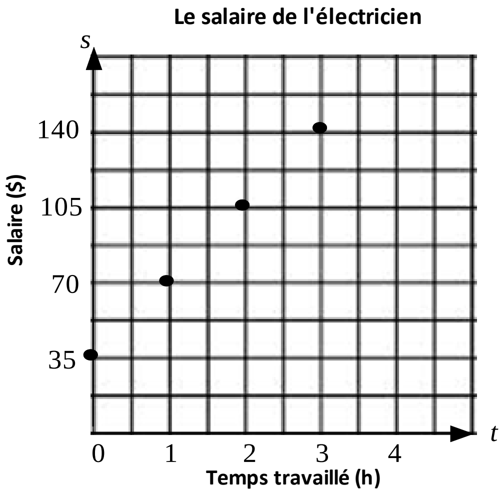
○

Côté (cm)	Aire (cm^2)
1	1
2	4
3	10
4	16

○

Côté (cm)	Aire (cm^2)
1	1
2	4
3	9
4	16

3. Le graphique ci-dessous représente le salaire d'un électricien, où *t* est le temps travaillé, en heures, et *s* son salaire, en dollars.



Quelle relation linéaire représente les données du graphique?

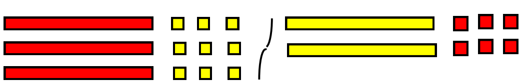
- ○ $s = 35t$
- ○ $s = 35t - 35$
- ○ $s = -35t + 35$
- ○ $s = 35t + 35$

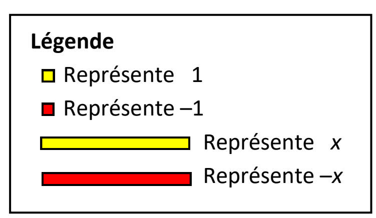
4. Yvette a une platebande rectangulaire.
La longueur de cette platebande est 50 cm de plus que le double de sa largeur x.

Quelle équation représente le périmètre, P, de la platebande?

- ○ $P = 6x + 100$
- ○ $P = 3x + 50$
- ○ $P = 2x + 100$
- ○ $P = 4x + 100$

5. Adèle représente une équation à l'aide de carreaux algébriques comme le montre le schéma suivant :

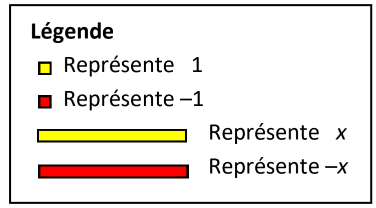




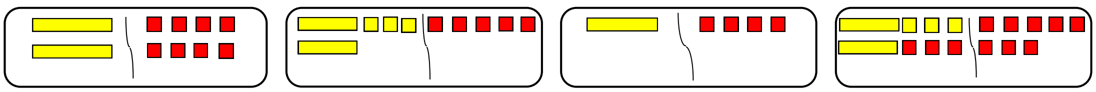
Quelle équation décrit cette représentation?

- ○ $3x + 9 = -2x - 6$
- ○ $-3x - 9 = 2x - 6$
- ○ $3x - 9 = 2x + 6$
- ○ $-3x + 9 = 2x - 6$

6. Nabil a résolu correctement l'équation $2x + 3 = -5$, en utilisant des carreaux algébriques.



1 2 3 4



Quel est l'ordre des étapes que Nabil a suivi pour résoudre l'équation?

- ○ 1, 2, 3, 4
- ○ 4, 2, 3, 1
- ○ 2, 3, 1, 4
- ○ 2, 4, 1, 3

7. Évalue l'expression $-3x + 4y - 5z$, pour $x = -1$, $y = -3$ et $z = -2$.

- ○ –19
- ○ 1
- ○ 4
- ○ 25

8. Quelle est la valeur de x qui vérifie l'équation $3 - \frac{x}{4} = -2$?

- ○ –20
- ○ 5
- ○ 14
- ○ 20

9. Quelle table de valeurs correspond à une relation linéaire?

○

x	*y*
2	−2
3	0
4	4
5	6

○

x	*y*
1	1
2	4
3	9
4	16

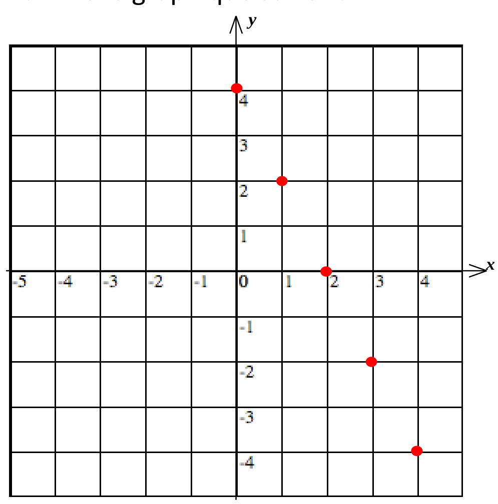
○

x	*y*
0	2
1	3
2	5
3	8

○

x	*y*
1	3
2	6
3	9
4	12

10. Examine le graphique suivant :



Quelle équation représente les données du graphique?

○ $y = 2x - 4$

○ $y = -2x - 4$

○ $y = -2x + 4$

○ $y = 2x + 4$

Mathématiques en 8^e année – Leçon apprise 4
La forme et l'espace

Le sens de la forme et de l'espace n'est pas inné mais plutôt acquis. L'acquisition des formes géométriques et l'appropriation du sens de la mesure sont indissociables puisque l'étude des formes aide les élèves à décrire, à représenter et à mathématiser la réalité spatiale alors que le sens de l'espace leur permet de visualiser, de reconnaitre et d'apprécier cette réalité. Afin d'aider les élèves du secondaire premier cycle à bien comprendre les notions de mesure et les concepts de géométrie (les figures à deux dimensions et les objets à trois dimensions ainsi que les transformations), il est essentiel de les placer en situation de résolution de problèmes, des problèmes engageants et non routiniers, riches en contenu mathématique.

Le vrai sens de la mesure va au-delà de la simple utilisation d'un instrument de mesure. En mathématiques, l'étude de la mesure, des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions ainsi que des transformations, permet aux élèves d'explorer les relations qui existent entre les stratégies et les outils de mesure, les propriétés géométriques des figures et le raisonnement proportionnel.

Le sens de la mesure peut être acquis en fournissant des tâches mathématiques riches qui permettent aux élèves d'établir des liens entre la mesure et la géométrie. La relation entre ces deux domaines mathématiques est évidente lors de l'utilisation adéquate des formules qui permettent de déterminer des mesures indirectes.

« Comme objet d'étude, la géométrie convient bien à orienter la réflexion de l'élève dans plusieurs directions. Lors du travail avec des objets à trois dimensions, par exemple, les élèves peuvent penser concrètement et abstraitement, discuter des relations et établir des liens logiques. » (Traduction libre)
(NCTM, *Mathematics teaching in the Middle School*, May 2016, p. 543)

A. Quelles conclusions peut-on tirer de l'évaluation de mathématiques en 8^e année?

On a constaté que les élèves ont eu de bons résultats en ce qui concerne la détermination d'une mesure à l'aide d'une formule simple ou la reconnaissance d'une transformation géométrique simple. Par exemple, la majorité des élèves étaient capables de calculer correctement le volume d'un prisme droit à base rectangulaire, connaissant ses trois dimensions. Toutefois, ils ont eu des difficultés à répondre correctement à des questions d'application et d'analyse, surtout si ces questions évoquent la manipulation algébrique d'une formule géométrique ou la décomposition d'une figure composée en ses éléments géométriques simples. La plupart des élèves ont fait face à un sérieux défi lors de la résolution de problèmes faisant intervenir les propriétés des angles d'un triangle, la définition de la médiatrice d'un segment ou celle de la bissectrice d'un angle.

En passant au peigne fin les résultats de l'évaluation, on a constaté que les élèves en 8^e année montrent qu'ils ne comprennent pas la relation entre le raisonnement proportionnel et le raisonnement algébrique lors de la résolution de problèmes contextuels de mesure (par exemple, résoudre un problème de carte routière en utilisant l'échelle de cette carte).

B. Quelles sont les idées fausses ou les erreurs présentes dans le raisonnement des élèves?

Une idée conceptuelle fausse en mesure n'est pas souvent due à un manque de connaissances. Parfois, elle est la conséquence d'une bonne connaissance employée inadéquatement. En d'autres termes, une idée fausse est une connaissance valide dans un certain domaine, mais elle est une connaissance inadéquate, dans un autre domaine, qui empêche la mise en place ou la compréhension d'une autre connaissance, elle, adéquate. Par exemple, l'aire d'un cercle, comme étant une fonction de son rayon, est une connaissance valide en mesure. Cette connaissance devient inadéquate quand il s'agit d'appliquer le raisonnement proportionnel et empêche de comprendre comment l'aire du cercle devient quadruple ou nonuple lorsque la longueur de son rayon devient respectivement double ou triple. Il est essentiel de traiter les idées fausses en incitant les élèves à expliquer comment ils ont obtenu leurs réponses. S'il y a une idée fausse, il faut la confronter ou la contraster avec une conception correcte.

Quelques exemples d'idées fausses :

- *L'idée fausse de l'application du raisonnement proportionnel et le carré d'un nombre*
  L'aire d'un carré est de 25 cm^2. On double la longueur d'un côté. La nouvelle aire du nouveau carré est

  ○ 25 cm^2
  ○ 50 cm^2
  ○ 75 cm^2
  ○ 100 cm^2

  La réponse de la plupart des élèves est 50 cm^2. L'erreur commise est causée par l'application d'une idée fausse qui est peut-être due à un manque de compréhension de la façon d'utiliser le raisonnement proportionnel pour résoudre ce problème ou à un manque de connaissance au sujet de la nature quadratique de l'aire.
  Suggestions :
  - Plus d'exercices sur ce sujet afin d'aider les élèves à développer le raisonnement proportionnel
  - Plus d'exercices sur l'aire pour comprendre sa nature quadratique
  - Plus d'exercices sur le volume pour comprendre sa nature cubique
  - L'utilisation fréquente d'un logiciel de géométrie pour mettre en pratique plus d'enseignement interactif

- *L'idée fausse du facteur d'échelle*
  L'application erronée et déroutante de la notion d'échelle lors du calcul de la vraie distance entre deux points dont la distance est donnée sur une carte routière. Cette idée fausse est due à une incapacité en raisonnement proportionnel.
  Suggestions :
  - Plus de réchauffement avant de commencer l'enseignement des échelles et des proportions
  - Plus d'emphase sur les propriétés des proportions
  - Une variété d'activités peut être utilisée en salle de classe

- *L'idée fausse du théorème de Pythagore*
  Cette idée fausse est due au conditionnement de quelques élèves à appliquer seulement le théorème de Pythagore à un triangle rectangle dont les longueurs des deux côtés de l'angle droit sont données sous forme numérique. Ce conditionnement empêche la plupart des élèves à appliquer correctement le théorème si la longueur d'un côté est représentée par une variable.
  Suggestions :
  - Plus de questions variées comportant différentes illustrations de triangle rectangle
  - Plus d'emphase sur la résolution d'équations reliées à des formules de mesure et de géométrie

- *L'idée fausse de la résolution d'équations comportant des mesures*
  Plusieurs élèves appliquent mal la formule géométrique de l'aire totale ou du volume d'un cylindre lors du calcul de sa hauteur. Il semble que cette idée fausse est causée par la mauvaise application du processus de résolution d'équations algébriques.

L’examen des résultats des élèves de la province de l’*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2017–2018 : mathématiques en 8e année*, révèle que

- 51 % des élèves n’étaient pas capables de faire la distinction entre des droites parallèles et des droites perpendiculaires.
- 52 % des élèves ont commis des erreurs lors du calcul du volume d’un prisme droit à base triangulaire dont la base est un triangle rectangle.
- 55 % des élèves n’ont pas su appliquer la relation de Pythagore en contexte.
- 58 % des élèves ont calculé le volume d’un prisme droit à base rectangulaire au lieu de calculer son aire totale que la question leur demande de faire.
- 58 % des élèves ont commis des erreurs lors de la détermination des coordonnées des sommets de l’image d’une figure qui a subi une seule transformation.
- 60 % des élèves ont commis des erreurs lors du calcul de l’aire d’un cercle inscrit dans un carré de côté donné.
- 62 % des élèves ont eu de la difficulté à déterminer le quadrant où doit être située l’image finale d’un point qui a subi deux transformations consécutives.
- 67 % des élèves ont eu de la difficulté à calculer la longueur d’une clôture entourant une cour polygonale.
- 74 % des élèves n’étaient pas capables de faire la distinction entre l’aire totale d’un cylindre, son aire latérale et son volume.

C. Quelles sont les prochaines étapes pour l’enseignement de la classe ou des élèves individuels?

Les enseignants doivent être conscients de l’importance du contexte dans l’étude et la compréhension conceptuelle de la mesure, des figures à deux dimensions, des objets à trois dimensions et des transformations.

En premier lieu, il faut que les enseignants s’assurent que les élèves comprennent bien que le caractère des relations multiplicatives est la base du raisonnement proportionnel. L’étape suivante consiste en l’utilisation appropriée du matériel de manipulation et du matériel concret pour représenter les concepts de l’aire, du volume et de la capacité. Finalement, il faut que les enseignants s’assurent que les élèves sont capables d’isoler aisément une variable d’une formule géométrique pour déterminer indirectement une mesure.

La technologie permet aux élèves comme aux enseignants d’avoir accès à une vaste gamme d’outils à utiliser en mathématiques. *The Geometer’s Sketchpad ou Cybergéomètre, Autograph et GeoGebra* sont des logiciels de géométrie dynamique qui peuvent être utilisés pour enseigner les concepts géométriques de base en guise de maximiser l’apprentissage des élèves de dans le domaine de mesure, des figures à deux dimensions et des objets à trois dimensions, et des transformations géométriques. Ils permettent aussi aux élèves d’explorer des idées mathématiques de façon autonome, ce qui leur permet de ne pas être simplement des consommateurs de technologie, mais des producteurs de connaissance par l’entremise de la technologie. L’utilisation de la technologie dépend de l’enseignant et son rôle à l’égard de la prise de décisions au sujet du programme d’études est très important. Compte tenu du fait que les élèves d’aujourd’hui utilisent la technologie à l’extérieur de la salle de classe, c’est pourquoi l’étude de mathématiques devrait suivre le rythme et les enseignants devraient profiter de la technologie dans le cadre de l’apprentissage et de l’enseignement.

D. Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage de l'élève?

Les questions suivantes, ayant trait à la mesure, aux figures à deux dimensions, aux objets à trois dimensions et aux transformations, pourraient représenter des exemples appropriés pour évaluer les apprentissages des élèves.

Il est important d'encourager les élèves à partager leurs stratégies et leurs solutions. Une riche discussion favorise le développement de nouvelles stratégies de résolution de problèmes.

Exemples :

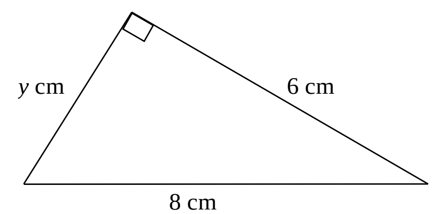
1. Lequel des ensembles suivants **n'est pas** un triplet de Pythagore?

- ○ 3, 4, 5
- ○ 5, 12, 13
- ○ 12, 16, 20
- ○ 9, 30, 35

2. Soit le triangle rectangle de la figure ci-contre.

Quelle équation permet de déterminer la longueur *y*?

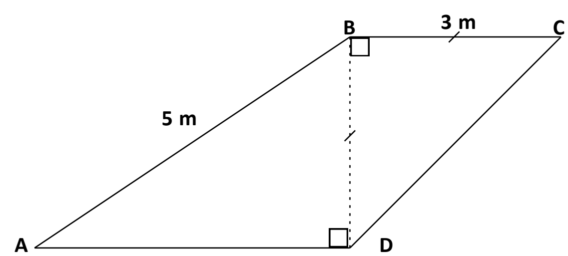
- ○ $y = 36 + 64$
- ○ $y = \sqrt{6+8}$
- ○ $y^2 = 6+8$
- ○ $y^2 = 64-36$



3. Louis veut construire un patio à sa sœur.
Le plan de ce patio est celui du schéma ci-contre.
Le triangle BCD est rectangle isocèle.

Quel est le périmètre de ce patio?

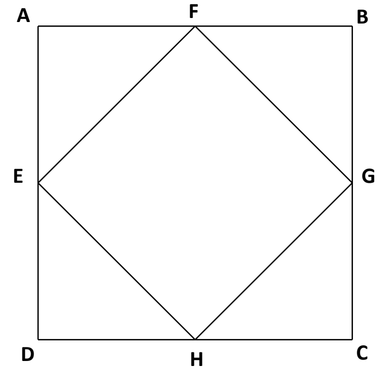
- ○ 15 m
- ○ 16,2 m
- ○ 19,2 m
- ○ 30 m



4. EFGH est un carré inscrit dans le carré ABCD. E, F, G et H sont respectivement les points milieu de DA, AB, BC et CD.

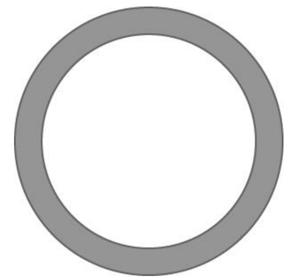
Quelle est l'aire du carré EFGH au cm² près, si $\overline{AB} = 12\text{ cm}$?

- ○ 8,2 cm²
- ○ 24 cm²
- ○ 72 cm²
- ○ 144 cm²



5. Le schéma ci-contre représente un anneau formé de deux cercles concentriques. Le rayon extérieur de l'anneau est de 10 cm et son rayon intérieur est de 8 cm.

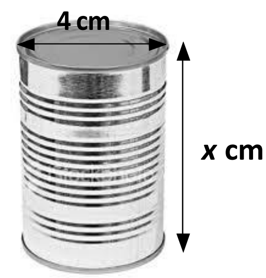
Quelle est l'aire de l'anneau représenté par la partie ombrée au cm^2 près? (Prendre $\pi = 3{,}14$)



- O $20\ cm^2$
- O $13\ cm^2$
- O $36\ cm^2$
- O $113\ cm^2$

6. L'aire totale de cette cannette cylindrique est de $125{,}6\ cm^2$. Le diamètre de sa base est de 4 cm et sa hauteur est de *x* cm.

Quelle est la valeur de x au cm près? (Prendre $\pi = 3{,}14$)

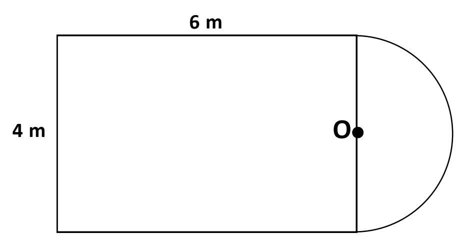


- O $x = 5$
- O $x = 8$
- O $x = 10$
- O $x = 31$

7. Talia a acheté un tapis ayant la forme représentée par le schéma ci-dessous. Le point O est le centre du demi-cercle.

Quelle est l'aire de ce tapis au dixième du m^2 près? (Prendre $\pi = 3{,}14$)

- O $26{,}3\ m^2$
- O $30{,}3\ m^2$
- O $36{,}6\ m^2$
- O $48{,}8\ m^2$



8. Nicole se sert d'une carte routière dont l'échelle est de 1:200 000, où 1 cm sur la carte représente une distance réelle de 200 000 cm.

Quelle est la distance réelle en kilomètres entre deux points si leur distance sur la carte est de 5 cm?

- O 10 km
- O 100 km
- O 200 km
- O 1000 km

9. Une canette cylindrique a un rayon de 3 cm et une hauteur de 10 cm.

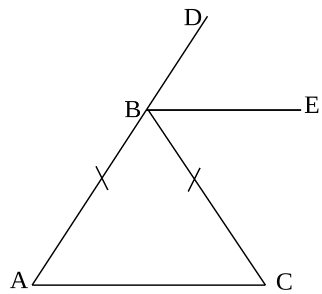
Que devient le volume de la canette si on double son rayon et on divise par 2 sa hauteur?

- ○ Le volume devient double.
- ○ Le volume devient 4 fois plus grand.
- ○ Le volume devient moitié.
- ○ Le volume ne change pas.

10. Dans le triangle isocèle ABC, on a $\angle BAC = \angle BCA = 40^{\circ}$ et BE est la bissectrice de $\angle DBC$.
(La figure n'est pas à l'échelle).

Quelle est la mesure de l'angle $\angle DBE$?

- ○ 40°
- ○ 80°
- ○ 100°
- ○ 180°



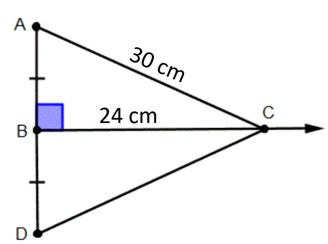
11. Quel énoncé est la meilleure définition de la médiatrice d'un segment?

- ○ Elle divise le segment en deux parties égales.
- ○ Elle coupe exactement le segment à angle droit.
- ○ Elle est perpendiculaire au segment à l'une de ses deux extrémités.
- ○ Elle est perpendiculaire au segment en son point milieu.

12. Dans le triangle ci-contre, la droite BC est la médiatrice du segment AD.

Quelle est la longueur du segment AD?

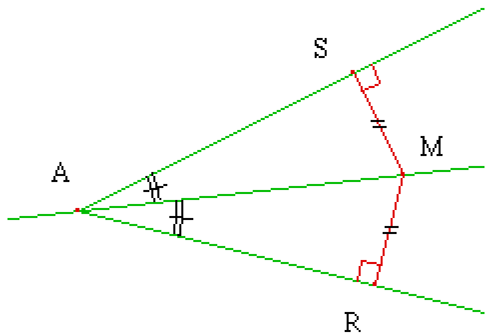
- ○ 12 cm
- ○ 18 cm
- ○ 36 cm
- ○ 54 cm



13. Dans le schéma ci-dessous, la droite AM est la bissectrice de $\angle SAR$ et $\overline{MS} = \overline{MR}$.

Quelle est la mesure de $\angle SMR$ si $\angle SAM = 25^\circ$?

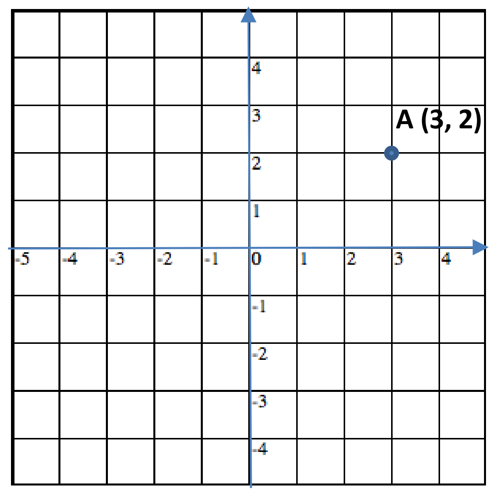
- ○ 50°
- ○ 65°
- ○ 115°
- ○ 130°



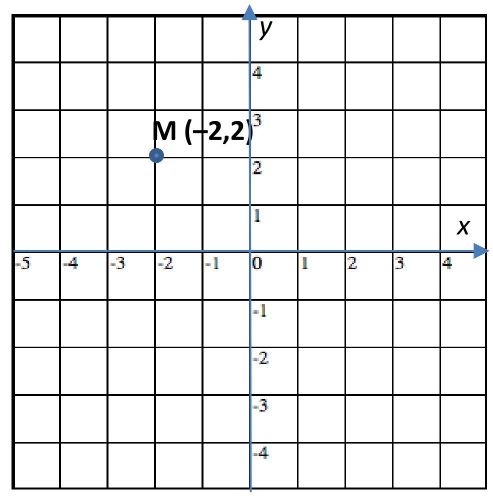
14. Théo trace le point A (3, 2) dans le plan cartésien ci-dessous.
Il fait subir au point A une rotation de 90° autour de l'origine O, dans le sens des aiguilles d'une montre.
On désigne par B l'image de A.

Quelles sont les coordonnées de B?

- ○ B (–3, 2)
- ○ B (3, –2)
- ○ B (–3, –2)
- ○ B (2, –3)



15. On considère le point M (–2, 2) du plan cartésien ci-dessous. Soit N l'image de M obtenue à la suite d'une réflexion par rapport à l'axe des *x*. N subit une rotation de 90° autour du point P (0, –2) dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre. Q est l'image de N obtenue à la suite de cette rotation.



Quelles sont les coordonnées de Q?

- ○ Q (–2, –2)
- ○ Q (–2, 0)
- ○ Q (0, 2)
- ○ Q (0, 0)

Mathématiques en 8e année – Leçon apprise 5
La statistique et la probabilité

L'analyse de données n'est pas seulement du calcul des grandeurs statistiques ou de la construction des graphiques et des diagrammes. Elle est aussi un processus d'inspection, de transformation et de représentation de données dont le but est la découverte d'information utile, la suggestion des conclusions et l'appui de prise de décisions. Ce processus inclut la collecte, l'organisation, la représentation et l'analyse de données. La probabilité est une branche de mathématiques qui traite la vraisemblance de l'occurrence d'un évènement donné. La théorie de la probabilité a vu le jour au 17e siècle, quand deux mathématiciens français, Blaise Pascale et Pierre de Fermat, discutaient par correspondance des problèmes mathématiques traitant des jeux de hasard. Les applications contemporaines de la théorie de probabilité présentent un large éventail d'enquête humaine et incluent des aspects de programmation informatique, d'astrophysiques, de musique, de prévision météorologique et de médecine.
(Margaret Rouse, http://whatis.techtarget.com/definition/probability, traduction libre)

En 8e année, les élèves deviennent plus conscients et intéressés par les expériences de la vie réelle. En étudiant en contexte l'analyse de données, ils auront l'occasion d'établir des liens avec le monde réel et avec d'autres domaines d'études, tels que les sciences sociales, les sciences de la nature, la météorologie et l'éducation physique.

Il est important que les élèves de la 8e année comprennent que la probabilité est la branche des mathématiques qui fournit des modèles permettant l'étude d'expériences dont le résultat ne peut être prévu avec une totale certitude. La probabilité permet de donner un sens à des expériences de la vie courante un peu vagues tandis que la statistique permet de confronter les résultats probabilistes avec la réalité observée afin de les valider ou de les invalider.

A. Quelles conclusions peut-on tirer de l'évaluation de mathématiques en 8e année?

On a remarqué que les élèves ont facilement reconnu les éléments trompeurs d'un diagramme à ligne brisée. En ce qui concerne les diagrammes à bandes doubles, ils ont traité les questions avec confiance, aisance et souplesse. Toutefois, ils ont éprouvé une grande difficulté à analyser et interpréter un diagramme circulaire connaissant les angles au centre de ses secteurs. En ce qui a trait au concept de la moyenne, on a constaté que beaucoup d'élèves ont rencontré des difficultés lors de la détermination de la valeur d'une donnée d'un ensemble, connaissant les autres données de cet ensemble et leur moyenne.

Il semble que les élèves maitrisent bien le calcul de la probabilité théorique de l'occurrence d'un résultat particulier d'un évènement, mais ils ont de la difficulté à déterminer la probabilité d'un évènement dont l'occurrence est due à deux résultats indépendants (par exemple, lancer une pièce de monnaie et un cube numéroté de 1 à 6). Cette difficulté est due au fait que les élèves ne sont pas suffisamment exposés aux stratégies de détermination de la liste de tous les résultats possibles (espace d'échantillon) de deux évènements indépendants. Cependant, ces élèves sont capables de faire le lien entre les résultats d'une expérience de probabilité et sa représentation imagée (tableau, diagramme en arbre, modèle d'aire), si cette représentation est fournie. En outre, un grand nombre élèves continuent à montrer qu'ils ne comprennent pas la signification des conjonctions **OU** et **ET** dans un contexte probabiliste ainsi que leur impact sur le calcul de la probabilité théorique.

En ce qui concerne la statistique et la probabilité, on pourrait dire que la plupart des élèves ont bien répondu à toutes les questions de connaissance et d'application, mais ils ont trouvé les questions d'analyse difficiles.

B. Quelles sont les idées fausses ou les erreurs présentes dans le raisonnement des élèves?

Une idée fausse est un concept erroné que possède l'élève et qui génère une tendance systématique à commettre des erreurs. Une idée fausse repérée en statistique et en probabilité, si elle n'est pas adressée, crée des difficultés persistantes chez l'élève au cours de son apprentissage.

En analyse de données, plusieurs élèves ont commis des erreurs lors de l'interprétation d'un diagramme circulaire. Ces erreurs sont dues au fait que les élèves étaient incapables de voir la relation entre l'angle de chaque secteur du diagramme et le pourcentage qu'il représente et vice versa. En ce qui a trait au diagramme circulaire, l'idée fausse est due à une conception erronée de la relation entre l'angle au centre de chaque secteur et le pourcentage représenté par ce secteur.

Les élèves croient, à tort, que le calcul de la probabilité d'un évènement composé de deux résultats indépendants combinés avec la conjonction **ET** est similaire à celui avec la conjonction **OU**. De plus, les élèves ont une idée fausse au sujet de la détermination de tous les résultats possibles d'un évènement comprenant plus d'une action (par exemple, rouler un cube numéroté, lancer une pièce de monnaie et faire tourner une roulette). Pour déterminer le nombre de tous les résultats possibles de l'évènement, ils additionnent les résultats possibles de toutes les actions au lieu de les multiplier.

Une autre idée fausse émerge en probabilité qui consiste dans le fait que quand on lance deux cubes identiques numérotés de 1 à 6, les élèves voient que l'occurrence d'un 3 sur le premier cube et d'un 5 sur l'autre cube est la même que celle d'un 5 sur le premier cube et d'un 3 sur l'autre cube. Cependant, l'occurrence d'un 3 sur le premier cube et d'un 5 sur le deuxième cube est différente de celle d'un 5 sur le premier cube et d'un 3 sur le deuxième cube.

L'examen des résultats des élèves de la province de *l'Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2017–2018 : mathématiques en 8^e^ année*, révèle que

- 53 % des élèves n'ont pas reconnu le diagramme circulaire qui est la meilleure représentation d'un ensemble de données fournies dans un tableau.
- 55 % des élèves ont commis des erreurs lors de l'application de la notion de moyenne pour calculer une donnée manquante d'un ensemble de données.
- 56 % des élèves ont montré qu'ils ne comprennent pas capables le rôle de la conjonction **OU** lors du calcul de la probabilité théorique de deux évènements indépendants.
- 60 % des élèves ont montré qu'ils ne comprennent pas capables le rôle de la conjonction **ET** lors du calcul de la probabilité théorique de deux évènements indépendants.
- 72 % des élèves ont incorrectement déterminé l'étendue d'un ensemble de données. Ils n'ont pas su faire la distinction entre le mode, la médiane et l'étendue.

En fin de compte, Il est important de clarifier que l'erreur doit être considérée comme une étape normale de l'apprentissage dans un climat de confiance entre l'enseignant et l'élève. Parce qu'apprendre, c'est prendre le risque de se tromper, c'est oser expérimenter les stratégies acquises dans des situations que l'on rencontre; l'erreur est rarement le fruit du hasard. En effet, elle est induite par une certaine logique, qui mérite d'être analysée. L'enfant qui commet une erreur produit quelque chose, donc l'erreur n'est pas «le rien». L'analyse de l'erreur présente le double intérêt pour l'enseignant d'évaluer la pertinence de son enseignement et de repérer les besoins de chaque élève. Cet enseignant construit ainsi les bases d'une pédagogie différenciée. L'analyse des erreurs est une étape importante dans le processus enseignement – apprentissage – évaluation.

C. Quelles sont les prochaines étapes pour l'enseignement de la classe ou des élèves individuels?

Les élèves étudient le cercle et le diagramme circulaire en 7e année. En 8e année, ils doivent réviser ce diagramme pour se rappeler des points suivants :

- Un diagramme circulaire représente des données comme les parties d'un ensemble.
- Chaque secteur du diagramme représente un pourcentage du cercle.
- Le cercle représente 100 %. Son angle au centre mesure 360°.
- Chaque secteur comprend le nom d'une catégorie et un pourcentage.
- Un diagramme circulaire compare le nombre de chaque catégorie avec le nombre total.
- Un diagramme circulaire a un titre et parfois une légende qui indique la catégorie représentée par chaque secteur.

En ce qui a trait à la création d'un diagramme circulaire, on suggère la stratégie systématique suivante :

- Additionner les nombres correspondant aux catégories pour obtenir un total ou un tout.
- Diviser le nombre de chaque catégorie par ce tout à l'aide d'une calculatrice. Le résultat est un nombre décimal entre 0 et 1. Multiplier ce nombre décimal par 100 pour avoir le pourcentage de la catégorie.
- Multiplier ce nombre décimal par 360°. La réponse est l'angle du secteur correspondant à la catégorie représentée par ce secteur.

Note : Un cercle de pourcentage aide les élèves à construire un diagramme circulaire plus facilement qu'un Rapporteur d'angles.

En probabilité, on a constaté que la conjonction **ET** était une source potentielle de difficulté et d'erreur pour la majorité des élèves. Les enseignants doivent attirer l'attention des élèves à la façon dont cette conjonction influe sur la détermination de la probabilité théorique d'un évènement composé de deux résultats simultanés. Pour ce qui est de la méthode de détermination de la probabilité théorique d'un évènement à plusieurs étapes, il faut signaler que les élèves doivent apprendre comment énumérer correctement tous les résultats possibles à l'aide d'un tableau, d'un diagramme arborescent ou d'un modèle d'aire, puis dénombrer ceux qui sont favorables, c'est-à-dire ceux qui composent l'évènement.

D. Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage de l'élève?

Les questions suivantes, ayant trait à la statistique et la probabilité, pourraient représenter des exemples appropriés pour évaluer les apprentissages des élèves.

Il est important d'encourager les élèves à partager leurs stratégies et leurs solutions. Une riche discussion favorise le développement de nouvelles stratégies de résolution de problèmes.

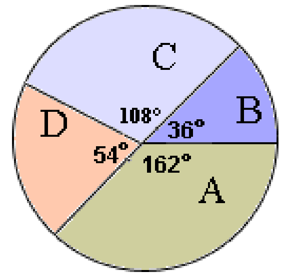
Exemples :

1. Noah s'entraîne pour une course de 200 m. Voici ses temps, en secondes, pour les sept premières courses : 60, 59, 59, 69, 62, 58, 61.

Détermine la médiane et l'étendue de ces temps.

- ○ Médiane = 59, Étendue = 69
- ○ Médiane = 69, Étendue = 1
- ○ Médiane = 60, Étendue = 1
- ○ Médiane = 60, Étendue = 11

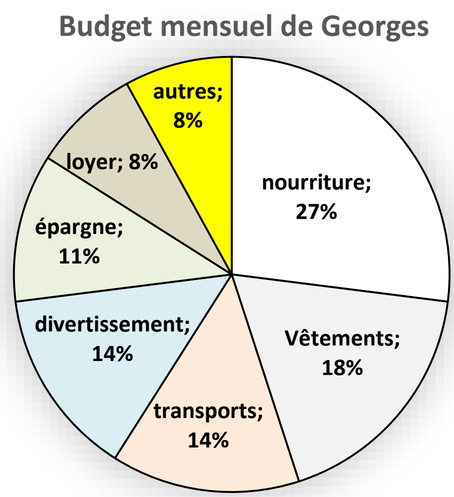
2. Quel pourcentage du cercle couvrent les secteurs B et D?



- ○ 25 %
- ○ 30 %
- ○ 35 %
- ○ 40 %

3. Le diagramme circulaire ci-dessous présente le budget mensuel de Georges.

Quelle est la mesure de l'angle au centre du secteur représentant la nourriture, au degré près?



- ○ 90°
- ○ 85°
- ○ 91°
- ○ 97°

4. Hannah a obtenu les notes suivantes :
Sciences : 74 %, Français : 76 %, Anglais : 86 %, Arts : 80 %.

Quelle note Hannah devra-t-elle obtenir en mathématiques pour que sa moyenne dans ces cinq matières soit 75?

- ○ 59
- ○ 63,2
- ○ 72
- ○ 75

5. Certains diagrammes à bandes présentent des données d'une façon trompeuse.

Lequel des énoncés suivants est une caractéristique d'un diagramme à bandes trompeur?

- ○ Les deux axes commencent à 0.
- ○ L'axe vertical commence à 0.
- ○ L'axe horizontal commence à 0.
- ○ L'axe vertical ne commence pas à 0.

6. Emma lance un cube numéroté de 1 à 6.

Quelle est la probabilité théorique d'obtenir un 2 ou un 4?

- ○ $\frac{1}{6}$
- ○ $\frac{1}{3}$
- ○ $\frac{1}{2}$
- ○ $\frac{2}{3}$

7. Si Emma lance 72 fois deux cubes identiques numérotés de 1 à 6, à combien de fois devra-t-elle s'attendre obtenir un 2 et un 4?

- ○ 2
- ○ 18
- ○ 36
- ○ 48

8. Dans un magasin pour animaux de compagnie, il y a 5 chatons, 7 chiots, 3 lapins et 10 oiseaux.

Si un animal est choisi au hasard, quelle est la probabilité de choisir un chaton ou un oiseau?

- ○ $\frac{2}{25}$
- ○ $\frac{5}{25}$
- ○ $\frac{3}{10}$
- ○ $\frac{3}{5}$

9. Suppose que tu lances deux cubes numérotés de 1 à 6 et une pièce de monnaie.

Quel est le nombre de résultats possibles?

- ○ 14
- ○ 24
- ○ 38
- ○ 72

10. Un jour de septembre, la météo prévoit 75 % de probabilité de pluie à Sydney, 50 % à Halifax et 40 % à Yarmouth.

Quelle est la probabilité qu'il pleuve dans les trois villes ce jour-là?

- ○ 15 %
- ○ 16,5 %
- ○ 84 %
- ○ 165 %

11. Un sac contient 8 billes blanches, 5 billes rouges et 7 billes bleues.
Andrea retire une bille du sac sans regarder, note sa couleur, puis la remet dans le sac.
Elle répète le processus 3 fois.

Quelle est la probabilité que la bille soit rouge les deux premières fois et blanche la troisième fois?

- ○ $\frac{16}{684}$
- ○ $\frac{2}{80}$
- ○ $\frac{1}{10}$
- ○ $\frac{9}{10}$

12. Albert lance un cube numéroté de 1 à 6 et une pièce de monnaie.

Quelle est la probabilité que Denis obtienne le nombre 4 et le côté face?

- ○ $\frac{1}{12}$
- ○ $\frac{1}{8}$
- ○ $\frac{1}{6}$
- ○ $\frac{1}{2}$

Bibliographie

Davies, A. (2009). *Évaluation au service de l'apprentissage.* Courtenay, BC: Connections Publishing.

Éducation Alberta (2011), *Les 7 processus mathématiques.*

Éducation Manitoba (2011), *Le rôle de l'évaluation dans l'apprentissage*.

Hiebert and Collab, (1996), *Problem Solving as Basis Reform in Curriculum and Instruction,* Vol 25, Issue 4, 1996.

Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance de la Nouvelle-Écosse, *Programme d'études de mathématiques 7, 2012.*

Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance de la Nouvelle-Écosse, *Programme d'études de mathématiques 8, 2012.*

Marian Small, (2014), *Bonnes questions, L'enseignement différencié des mathématiques au secondaire*, Modulo, Montréal, Québec.

Marian Small, (2008), *PRIME: Sens des nombres et des opérations, Connaissances et stratégies*, p. 154, Duval, Montréal, Québec.

Marian Small, (2013), *Gestion de données et probabilité,* Groupe Modulo, Inc. 2013, Groupe Modulo, Montréal Québec.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2010, August). "Star students make connections," *Teaching Children Mathematics*. Rexton, VA.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Mathematics teaching in the Middle School*, May 2016, p. 543.

Margaret Rouse, http://whatis.techtarget.com/definition/probability

Stéphanie Macceca et Trisha Brummer, *Stratégies de lecture en mathématiques, en sciences et en sciences sociales,* Chenelière Éducation, 2010.

Van De Walle et Lovin (2006). *L'enseignement des mathématiques, L'élève au centre de son apprentissage, 6–8,* ERPI, Saint-Laurent, Québec.

Annexe A : Niveaux cognitifs des questions

Connaissance

Verbes clé : identifier, calculer, rappeler, reconnaitre, trouver, évaluer, utiliser et mesurer

- Les items de connaissance mettent l'accent sur le rappel et la reconnaissance.
- Typiquement les items précisent qu'est-ce que l'élève devrait faire.
- L'élève doit effectuer une procédure qui peut être réalisée machinalement.
- L'élève n'a pas besoin d'appliquer une méthode originale pour trouver la solution.

Ce qui suit illustre quelques caractéristiques d'un item de « **Connaissance** » :

- Remémorer ou reconnaitre un fait, un terme ou une propriété.
- Reconnaitre un exemple ayant trait à un concept.
- Calculer une somme, une différence, un produit ou un quotient.
- Reconnaitre une représentation équivalente.
- Effectuer une procédure spécifique.
- Évaluer une expression algébrique en substituant la variable par sa valeur numérique.
- Appliquer une formule simple pour calculer la valeur d'une variable.
- Dessiner ou mesurer des figures géométriques simples.
- Ressortir une information d'un graphique, d'une table, d'un tableau ou d'une figure.

Application

Verbes clés : trier, organiser, estimer, interpréter, comparer et expliquer

- Les items sont plus flexibles en ce qui concerne la pensée mathématique et le choix des réponses.
- Les questions exigent une réponse allant au-delà de l'habituel.
- La méthode de résolution n'est pas indiquée.
- L'élève devrait prendre sa propre décision au sujet de ce qu'il doit utiliser comme méthodes informelles ou comme stratégies de résolution de problèmes.
- L'élève devrait être outillé d'une variété de compétences et de connaissances provenant d'une variété de domaines.

Ce qui suit illustre quelques caractéristiques d'un item d'« **Application** » :

- Faire des liens entre les faits, les termes, les propriétés ou les opérations.
- Représenter mathématiquement une situation de plus d'une façon.
- Sélectionner et utiliser différentes représentations selon la situation et le but.
- Résoudre un problème contextuel.
- Comparer des figures ou des énoncés.
- Expliquer et fournir une justification des étapes suivies lors de la résolution d'un problème.
- Interpréter une représentation visuelle.
- Prolonger une régularité.

- Ressortir une information d'un graphique, d'une table, d'un tableau ou d'une figure et l'utiliser pour résoudre un problème à plusieurs étapes.
- Rédiger un problème simple à partir des données ou des conditions fournies.
- Interpréter un argument simple.

Analyse
Verbes clés : analyser, enquêter, formuler, expliquer, décrire et prouver
Ce qui suit illustre quelques exigences d'un item d'« Analyse » :

- Les items sont très exigeants en ce qui concerne la pensée mathématique.
- Les items incitent l'élève à réfléchir, à planifier, à analyser, à synthétiser, à porter un jugement et à avoir une pensée créative.
- Les items requièrent de l'élève de penser de façon abstraite et sophistiquée.

Ce qui suit illustre quelques caractéristiques d'un item d'« **Analyse** » :

- Expliquer les relations qui existent entre les faits, les termes, les propriétés ou les opérations.
- Décrire comment différentes représentations peuvent être utilisées pour différents buts.
- Effectuer une procédure à plusieurs étapes.
- Analyser des ressemblances et des différences qui existent entre les procédures et les concepts.
- Généraliser une régularité.
- Rédiger un problème original.
- Résoudre un problème contextuel à plusieurs étapes.
- Résoudre un problème de plus d'une façon.
- Justifier la solution d'un problème.
- Décrire, comparer et contraster des méthodes de résolution de problèmes.
- Formuler un modèle mathématique représentant une situation complexe.
- Analyser des suppositions formulées pour un modèle mathématique.
- Analyser ou énoncer un argument déductif.
- Fournir une justification mathématique.

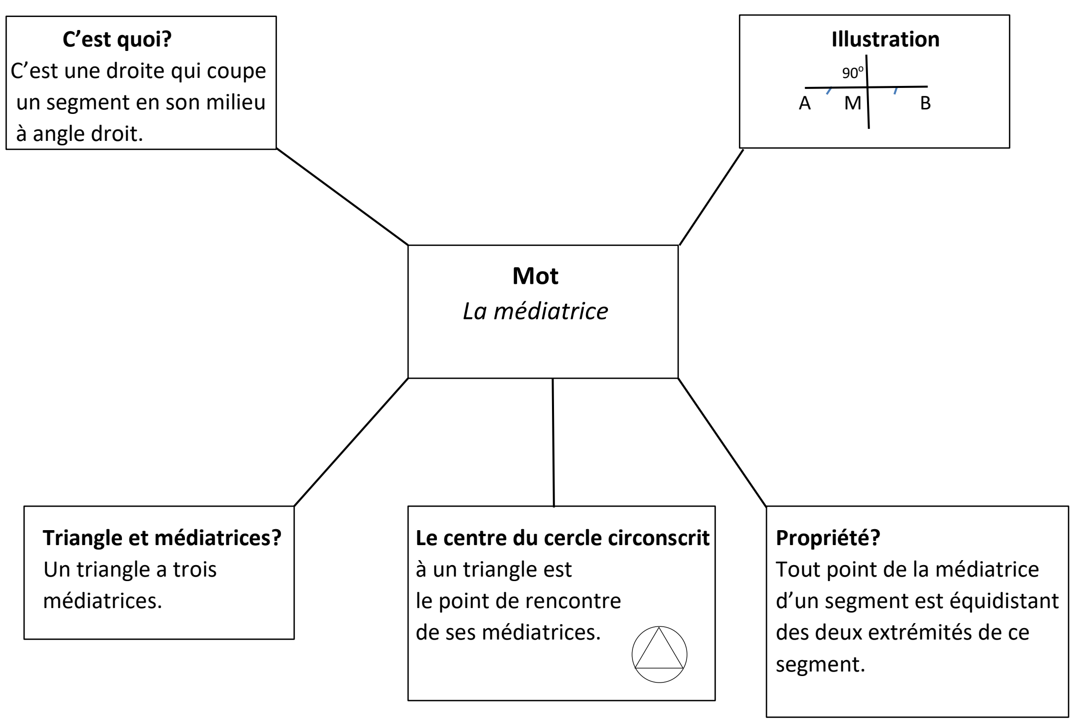
Annexe B : Des stratégies de lecture aux stratégies mathématiques

En mathématiques, l'élève devrait être en mesure de lire et de comprendre l'information qu'on lui fournit. À titre d'exemple, pour lire et comprendre la mise en situation d'un problème, l'élève doit connaitre la signification des termes tels que, triangle isocèle, médiatrice d'un segment, bissectrice d'un angle, cercle circonscrit, aire latérale, aire totale, pourcentage d'augmentation, pourcentage de diminution, relation linéaire, table de valeurs... Cette information est essentielle à la compréhension des mathématiques et à la résolution de problèmes.

« Les enseignants peuvent facilement optimiser l'utilisation du matériel de lecture en suivant les trois étapes du processus de lecture pour faciliter l'apprentissage. Il s'agit de diviser la tâche de lecture en trois étapes pour construire la compréhension : avant la lecture, pendant la lecture et après la lecture. Il est important de noter que l'intervention des enseignants à chaque étape du processus de lecture est cruciale pour l'apprentissage de leurs élèves. » (*Stratégies de lecture en mathématiques, en sciences et en sciences sociales,* Stéphanie Macceca et Trisha Brummer, Chenelière Éducation, 2010).

Il est fortement conseillé d'adopter des stratégies de communication en mathématiques afin d'accroitre la capacité des élèves à retenir le sens de nouveaux mots relatifs aux concepts mathématiques à l'étude. À titre d'exemples tirés de « *Stratégies de lecture en mathématiques, en sciences et en sciences sociales* » avec adaptation, citons : La carte conceptuelle, Le modèle de Frayer et la carte sémantique.

1. **La carte conceptuelle**
   La carte conceptuelle est un organisateur graphique qui aide les élèves à retenir et comprendre les définitions et les propriétés des mots du vocabulair mathématiques. Exemple :



2. Le modèle de Frayer

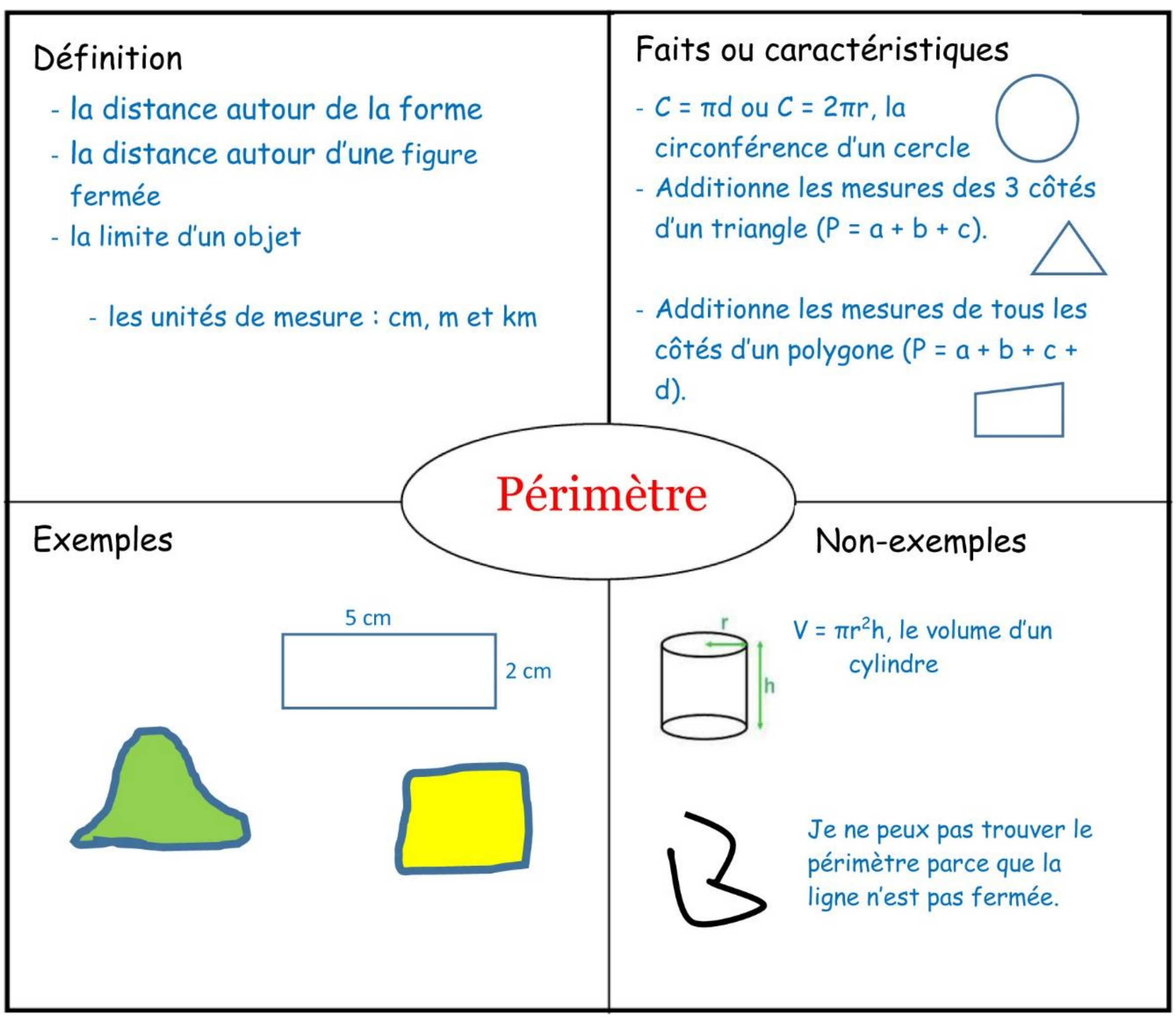
Le modèle de Frayer est un organisateur graphique qui permet à l'élève de mieux comprendre un concept mathématique et de le distinguer des autres concepts qu'ils ont déjà étudiés. Il permet à l'élève de comprendre le vocabulaire mathématique et des idées nouvelles en

- donnant la définition d'un nouveau mot
- décrivant les caractéristiques essentielles
- fournissant des exemples et des contre exemples.

Les étapes suivantes illustrent la façon d'utiliser cet organisateur :

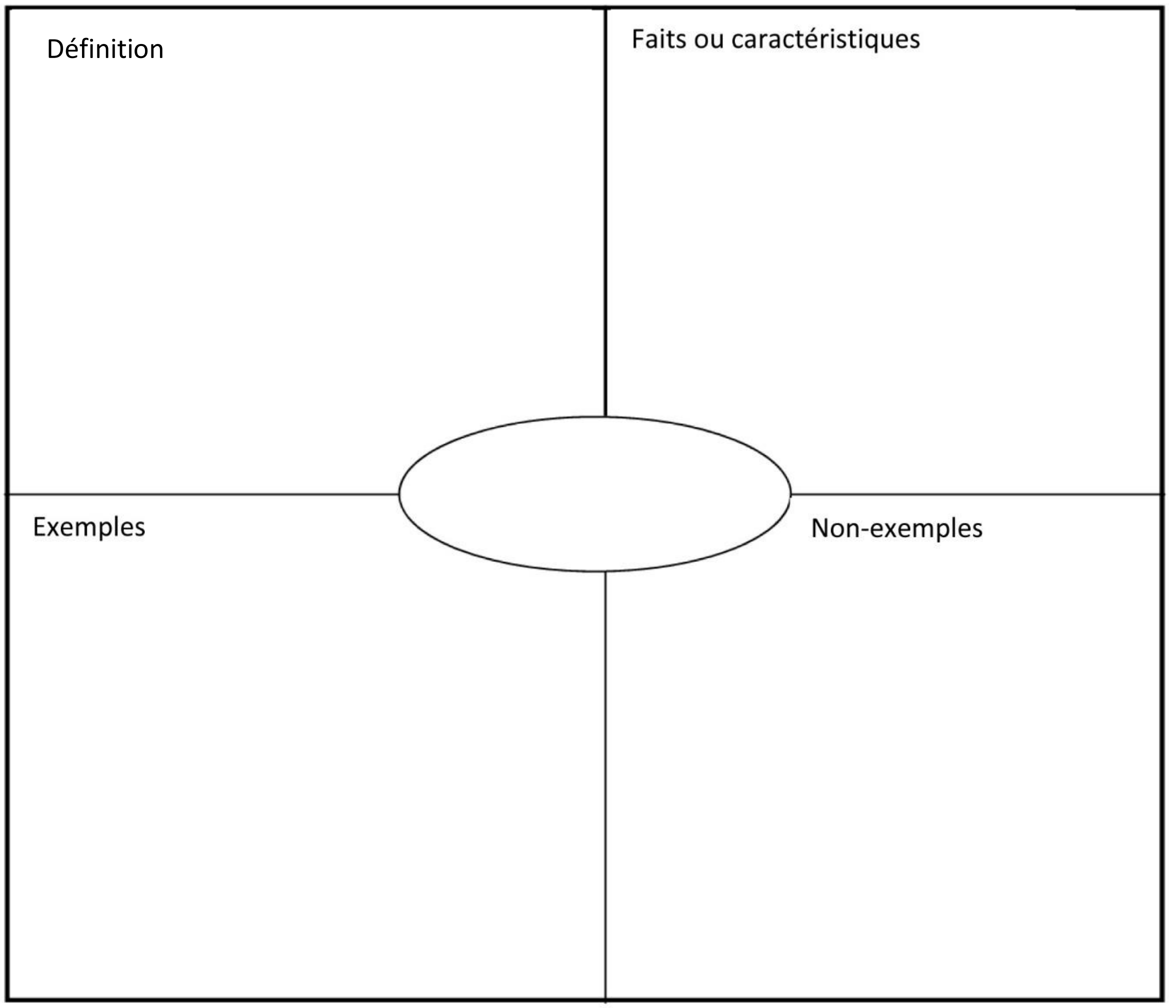
- Montrer le gabarit de cet organisateur (voir la page suivante).
- Expliquer comment on a construit le modèle de l'exemple ci-dessous avec le mot **Périmètre**.
- Assigner aux élèves de travailler en dyade ou individuellement le même concept ou le même mot (périmètre, aire, équation, probabilité, etc.).
- Inciter les élèves à partager leur travail.

Voici un exemple d'un modèle de Frayer.



Type de modèle de Frayer
(Chenelière mathématiques 7, pages 290 – 291)

Modèle de Frayer



3. **La carte sémantique**

La carte sémantique permet aux élèves d'explorer le sens d'un mot en y associant des mots apparentés ou des locutions qui ont le même sens.

Vingt-cinq centièmes pour cent
0,25 %
0,002 5
25/10 000 ou 1/400

Les pourcentages
pourcentages

Vingt-cinq pour cent
25 %
0,25
25/100 ou 1/4

Deux pour cent
2 %
0,02
2/100 ou 1/50

Soixante-quinze pour cent
75 %
0,75
75/100 ou 3/4

Pour plus de stratégies, vous pouvez vous référer à la ressource *Stratégies de lecture en mathématiques, en sciences et en sciences sociales,* Stephanie Macceca et Trisha Brummer, Chenelière Éducation, 2010.

Annexe C : Niveaux cognitifs des exemples de ce document

Leçon apprise 1 Résolution de problèmes		Leçon apprise 2 Nombre		Leçon apprise 3 Régularités et relations		Leçon apprise 4 Forme et espace		Leçon apprise 5 Statistique et probabilité	
Question	**Type de question**	**Question**	**Type de question**	**Question**	**Type de question**	**Question**	**Type de question**	**Question**	**Type de question**
1	Application	1	Application	1	Analyse	1	Connaissance	1	Connaissance
2	Application	2	Connaissance	2	Analyse	2	Application	2	Connaissance
3	Analyse	3	Application	3	Analyse	3	Analyse	3	Application
4	Analyse	4	Connaissance	4	Application	4	Analyse	4	Analyse
5	Application	5	Connaissance	5	Application	5	Application	5	Connaissance
6	Application	6	Connaissance	6	Analyse	6	Analyse	6	Application
7	Application	7	Application	6	Application	7	Application	7	Application
8	Analyse	8	Application	7	Analyse	8	Analyse	8	Application
9	Application	9	Application	8	Application	9	Analyse	9	Application
10	Analyse	10	Application	9	Application	10	Analyse	10	Application
		11	Application	10	Application	11	Connaissance	11	Analyse
		12	Analyse			12	Application	12	Application
		13	Application			13	Application		
		14	Analyse			14	Application		
		15	Analyse			15	Analyse		

Annexe D : Réponses des exemples de ce document

Leçon apprise 1 Résolution de problèmes		Leçon apprise 2 Nombre		Leçon apprise 3 Régularités et relations		Leçon apprise 4 Forme et espace		Leçon apprise 5 Statistique et probabilité	
Question	**Réponse**	**Question**	**Réponse**	**Question**	**Réponse**	**Question**	**Réponse**	**Question**	**Réponse**
1	41	1	159	1	241	1	9, 30, 35	1	60 et 11
2	4 : 9	2	–2	2	D	2	$y^2 = 64 - 36$	2	25%
3	$\frac{1}{6}$	3	3	3	$s = 35t + 35$	3	16,2 m	3	97°
4	24 min	4	216	4	$P = 6x + 100$	4	72 cm²	4	59
5	15	5	0,0065	5	$-3x + 9 = 2x - 6$	5	113 cm²	5	D
6	7	6	(-6) + (-3)	6	2, 4, 1, 3	6	$x = 8$	6	$\frac{1}{3}$
7	12	7	275 %	7	1	7	30,3 m²	7	2
8	D	8	1	8	20	8	10 km	8	$\frac{3}{5}$
9	9 billets	9	4,25 $	9	D	9	Double	9	72
10	72	10	11,1 %	10	$y = -2x + 4$	10	40°	10	15 %
		11	$\frac{1}{12}$ m			11	D	11	$\frac{2}{80}$
		12	28%			12	36 cm	12	$\frac{1}{12}$
		13	20 %			13	130°		
		14	80 min			14	B (2, -3)		
		15	5 cm			15	Q (0, 0)		

Annexe E : Stratégies de résolution de problèmes

Le manuel de l'élève *Chenelière mathématiques 8, Édition PONC*, comprend à la page 368 la liste ci-après des 10 stratégies de résolution de problèmes.

- Fais un tableau
- Utilise un modèle
- Trace un schéma
- Résous un problème simple
- Travaille à rebours
- Prédis et vérifie
- Dresse une liste ordonnée
- Cherche une régularité
- Trace un graphique
- Utilise un raisonnement logique

Dans le but de faciliter la tâche des élèves à appliquer ces stratégies, il est recommandé qu'ils suivent la démarche RIPSÉ ci-après. Cette démarche est explicitée dans la rubrique **Savoir réussir** de chaque leçon de la ressource mentionnée ci-haut.

La démarche RIPSÉ

- Lire la situation-problème pour comprendre et ressortir les **renseignements** (R) par exemple, les mots clés, les nombres clés, etc. Pour y parvenir, les élèves ont besoin de lire plus qu'une fois la mise en situation du problème.
- Examiner ces renseignements pour identifier ceux qui sont **importants** (I).
- Cerner le **problème** (P) à résoudre.
- Choisir la **stratégie** (S) appropriée et présenter la solution.
- Fournir la réponse sous la forme d'un **énoncé** (E) incluant la valeur numérique et les unités si nécessaire. Il y a 8 situations-problèmes dans l'Annexe F de la page suivante.

Annexe F : Appliquer la méthode RIPSÉ

Résoudre les problèmes suivants en appliquant la méthode RIPSÉ :

1. Tu as l'intention d'inviter 12 personnes à ta fête d'anniversaire et tu as besoin d'acheter des bonbons. Au supermarché local, vous pouvez acheter 4 sacs de bonbons pour 2 $ ou 3 barres de chocolat pour 2 $.

   De combien d'argent as-tu besoin de prendre au supermarché de sorte que chaque invité peut avoir 1 sac de bonbons et 1 barre de chocolat?

2. En étudiant une population d'oiseaux en danger de disparition en Nouvelle-Écosse, un groupe d'étudiants universitaires a marqué et libéré 48 oiseaux en 2016.
   365 jours plus tard, le même groupe d'étudiants a compté 160 oiseaux de cette même espèce, dont 16 ont été marqués.

   Quelle est la meilleure estimation de la population d'oiseaux?

3. Une pompe X peut remplir un réservoir d'eau, de capacité 1 000 L, en 5 heures.
   Une pompe Y peut remplir le même réservoir en 4 heures.
   Les deux pompes X et Y fonctionnent ensemble pour remplir le réservoir.

   Combien de temps faut-il aux deux pompes pour remplir le réservoir si elles fonctionnent ensemble.

   Détermine les informations qui sont importantes et celles qui ne le sont pas pour résoudre ce problème.
   -
   -
   - …

4. J'avais une somme d'argent dans ma poche. J'ai dépensé les deux cinquièmes de ce montant au supermarché pour acheter 2 sacs de sucre et une douzaine d'œufs. J'ai maintenant 69 $ dans ma poche.

   Calcule la somme d'argent que je possédais avant d'aller au supermarché.

5. On a dépensé 1 840 $ pour l'achat de deux bicyclettes et de deux patins à roulettes.
   Le prix des bicyclettes est les trois cinquièmes du prix des patins à roulettes.

   Détermine le prix d'une bicyclette et celui d'un patin à roulette.

6. Tu as deux sœurs, un frère et une caisse qui contient 96 pommes.
   Tu donnes à ta première sœur 16 pommes.
   Tu donnes à ta deuxième sœur les trois huitièmes du nombre total de pommes.
   Ton frère te demande de lui donner autant de pommes que ses deux sœurs.

   Penses-tu que la demande de ton frère est raisonnable? Justifie ta réponse.

7. Une ferme A fait l'élevage de moutons et une ferme B fait l'élevage de chèvres. Les deux fermes ont ensemble 80 bêtes.
La ferme A échange le tiers de ses moutons contre le quart des chèvres de la ferme B. De cette façon, 23 bêtes sont échangées.

Combien chaque ferme a-t-elle de bêtes?

8. Problème résolu
Trois robinets coulent dans un bassin.
Le premier robinet seul peut remplir le bassin en 3 heures, le deuxième en 2 h 30 minutes et le troisième en 5 heures.
   a) Si on fait couler ensemble les trois robinets, quelle fraction du bassin auront-ils remplie en une heure?
   b) Sachant que la quantité d'eau déversée dans le bassin est alors 2 800 litres, quelle est la capacité totale du bassin en litres?
   c) Le bassin a la forme un prisme droit à base rectangulaire. Sachant que sa hauteur est de 1 m, et que la longueur de sa base mesure 2 m, trouve sa largeur.

Solution
Renseignements : trois robinets, bassin …, 3 heures …, 2 800 litres, prisme, hauteur, longueur, largeur…
Renseignements importants : 3 h pour le 1^{er} robinet, 2 h 30 minutes …, 5 heures …,
Problème : Déterminer la fraction du bassin remplie par les 3 robinets, la capacité du bassin. La largeur du bassin
Stratégie : Utiliser un raisonnement logique en ayant recours aux fractions et à la formule du volume d'un prisme droit.
Énoncé de la réponse

a) Le premier robinet seul remplit le bassin en 3 h. En 1 h, il remplit donc $\frac{1}{3}$ du bassin.

Le deuxième robinet seul remplit le bassin en 2 h 30 min. En 1 h, il remplit donc $\frac{1}{2{,}5}=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$ du bassin.

Le troisième robinet seul remplit le bassin en 5 h. En 1 h, il remplit donc $\frac{1}{5}$ du bassin.

Donc en une heure, les 3 robinets ensemble remplissent $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{14}{15}$ du bassin.

b) La fraction $\frac{14}{15}$ du bassin représente 2 800 L.

La capacité du bassin = $\frac{15}{14}\times 2800 = 3000$

Donc la capacité du bassin est de 3 000 L.

c) La capacité du bassin est de 3000 L, donc son volume est de 3 m^3. (1 m^3 = 1 000 L)
Le volume d'un prisme droit = L × l × h
3 m^3 = (2 m) × l × (1 m)
La largeur L = 3 m^3 ÷ 2 m^2
La largeur du bassin est de 1,5 m.

Réponses	
Question	Réponse
1	14 $. Dans ce problème, il y a des renseignements qui manquent. À la 1re ligne, il manque les barres de chocolat. Dans la formulation de la question, il manque un mot clé pour préciser que 14 $ sont exactement suffisants pour faire ces achats.
2	On peut estimer la population d'oiseaux à environ 480 oiseaux.
3	Informations importantes : 5 heures et 4 heures – le même réservoir – les deux pompes fonctionnent ensemble … Informations non importantes : la capacité du réservoir de 1 000 L …
4	J'avais 115 $ avant d'aller au supermarché.
5	Le prix d'une bicyclette est de 552 $. Le prix d'un patin à roulettes est de 368 $.
6	La caisse contient seulement 96 pommes. La 1re sœur prend 16 pommes. La 2e sœur prend 36 pommes. Les deux sœurs prennent 52 pommes. Donc il reste 44 pommes dans la caisse. Donc la demande du frère n'est pas raisonnable.
7	Une stratégie pour résoudre ce problème (il y en d'autres stratégies). Le nombre de moutons de la ferme A doit être divisible par 3, donc les multiples de 3 sont : 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, **36**, 39, … Le nombre de chèvres de la ferme B doit être divisible par 4, donc les multiples de 4 sont : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, **44**, 48, … Les deux multiples de 3 et de 4 qui satisfont la condition d'échange de 23 bêtes sont respectivement 36 et 44. Donc dans la ferme A, il y 36 moutons et dans la ferme B, il y a 44 chèvres. Le tiers des 36 moutons = 12 moutons Le quart des 44 chèvres = 11 chèvres Donc le nombre de bêtes échangées = 12 moutons + 11 chèvres, ce qui fait 23 bêtes. **Méthode algébrique** Cette méthode dépasse le niveau de la 8e année. On désigne par *m* le nombre de moutons et par *c* le nombre de chèvres. $m + c = 80$ $\frac{m}{3} + \frac{c}{4} = 23$ En résolvant ce système d'équations linéaires, on trouve *m* = 36 et *c* = 44. Donc dans la ferme A, il y a 36 moutons et dans la ferme B, il y a 44 chèvres.