



LEÇONS APPRISES

Objectif : comprendre le lien entre aire et périmètre

de l'évaluation de mathématiques de 6e année en Nouvelle-Écosse

« Pour que les élèves puissent connaître la réussite, il est indispensable que le personnel enseignant effectue une évaluation des capacités et des caractéristiques de chaque élève et choisisse, en fonction des résultats de cette évaluation, des stratégies d'enseignement appropriées et pertinentes. »

– Helene J. Sherman



Objectif du présent document

Ce document sur les enseignements à tirer de l'évaluation de mathématiques de 6^e année en Nouvelle-Écosse découle d'une analyse des rapports de description des items de l'évaluation de mathématiques de 6^e année de la Nouvelle-Écosse. Il est censé servir à tous les enseignants des niveaux allant de la 3^e à la 6^e année, ainsi qu'aux administrateurs des écoles, des centres régionaux pour l'éducation, du CSAP et de la province. Il s'agit d'un document conçu avant tout pour aider le personnel éducatif à prendre les informations fournies par l'analyse des données pour voir en quoi elles sont susceptibles d'éclairer la conception des leçons et l'évaluation des élèves dans la salle de classe.

Nous suggérons aux équipes des écoles d'utiliser ce document parallèlement au rapport de description des items de leur établissement tel qu'il est fourni au ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance aux centres régionaux pour l'éducation et au CSAP. Le rapport de description des items comprend des données sur les résultats des élèves au niveau de l'école, du centre régional pour l'éducation ou conseil scolaire et de la province pour toutes les questions figurant dans l'évaluation de mathématiques de 6^e année. L'analyse par l'école des résultats de ses élèves pour différents groupes de questions portant sur des résultats d'apprentissage comparables lui permettra de mettre en évidence les domaines dans lesquels ils sont forts et les domaines dans lesquels elle pourrait avoir à apporter des changements dans l'enseignement ou dans l'évaluation. Le processus est conçu de façon à favoriser la poursuite des discussions et du travail d'exploration et de soutien en mathématiques au niveau de la salle de classe, de l'école, du centre régional pour l'éducation ou conseil scolaire et de la province, toujours en fonction de données qui sont valables et fiables.

Le présent document porte plus particulièrement sur certains des domaines que les élèves de la province ont trouvé difficiles d'après les données produites par l'évaluation provinciale. Il est essentiel, pour déterminer les mesures les plus appropriées à prendre pour leurs élèves, que les enseignants tiennent compte des données de différents types d'évaluations. Pour que l'enseignement et l'évaluation dans la salle de classe portent leurs fruits, il faut qu'ils tiennent compte des besoins de chaque élève dans la salle de classe.

Le présent document met en relief les résultats d'apprentissage pour lesquels il semble que les élèves aient besoin d'un soutien supplémentaire. Il fournit certaines informations sur les résultats des élèves à l'évaluation, ainsi que des suggestions de stratégies d'enseignement en salle de classe. Nous incluons, pour chaque sujet abordé, des exemples d'items de l'évaluation.

Vue d'ensemble de l'évaluation de mathématiques de 6^e année en Nouvelle-Écosse

Les évaluations provinciales de la Nouvelle-Écosse sont des évaluations de grande envergure qui fournissent des données fiables sur l'apprentissage effectué par les élèves partout dans la province dans les programmes d'études de mathématiques. Elles diffèrent de bon nombre d'évaluations standardisées en ce que toutes les questions sont rédigées par des enseignants de la Nouvelle-Écosse, de façon à ce qu'elles concordent avec les résultats d'apprentissage du programme d'études et que les résultats permettent de déterminer dans quelle mesure les élèves parviennent aux résultats d'apprentissage. On peut compter sur les résultats de l'évaluation pour se faire une bonne idée du niveau des élèves par rapport aux résultats d'apprentissage du programme d'études dans les écoles, dans les centres régionaux pour l'éducation, au conseil scolaire et dans la province. Comme ces évaluations sont fondées sur les programmes d'études de la Nouvelle-Écosse et sont mises au point par des enseignants de la province, on peut aussi utiliser les résultats produits par l'évaluation pour déterminer si le programme d'études lui-même, les approches de l'enseignement et l'affectation des ressources portent leurs fruits. En outre, comme on dispose de résultats pour chacun des élèves, l'enseignant peut se servir de ces résultats et d'autres données tirées des évaluations en salle de classe pour mieux saisir ce que chaque élève maîtrise bien et pour définir les étapes suivantes dans son enseignement.

L'évaluation provinciale fournit des informations sur les mathématiques pour chaque élève et complète les données recueillies à l'aide des évaluations en salle de classe. L'évaluation provinciale se déroule au début de la 6^e année. Elle est conçue en vue de fournir des informations détaillées pour chaque élève de la province sur ses progrès dans l'atteinte de certains résultats d'apprentissage choisis du programme d'études de mathématiques à la fin de la 5^e année. L'enseignant peut se servir des informations tirées de cette évaluation pour éclairer son enseignement et définir les étapes suivantes dans ses efforts pour intervenir auprès des élèves et leur apporter son soutien.

Vue d’ensemble des leçons apprises

Les évaluations et les examens de la province produisent des informations que l’enseignant peut utiliser pour éclairer son travail d’enseignement et d’évaluation dans la salle de classe. L’analyse des données de chaque évaluation ou examen permet de mettre en évidence certains phénomènes et certaines tendances et notamment de relever les domaines dans lesquels les élèves sont forts et ceux dans lesquels ils ont encore à s’améliorer. Les documents de la série « Leçons apprises » portent tout particulièrement sur les concepts pour lesquels les élèves ont encore à s’améliorer.

Dans le présent document, les leçons apprises de l’évaluation de mathématiques de 6^e année sont qu’il y a six domaines sur lesquels il faudrait concentrer les efforts :

- la résolution de problèmes contextuels de multiplication et de division de nombres entiers;
- la représentation des nombres décimaux;
- les liens entre les fractions et les nombres décimaux;
- les généralisations pour prolonger les régularités;
- la compréhension du lien entre l’aire et le périmètre;
- la mise en évidence et la description des attributs des figures et des objets.

Cette section aborde spécifiquement la compréhension du lien entre l’aire et le périmètre. Nous commençons par donner une vue d’ensemble des erreurs et idées fausses des élèves que l’évaluation provinciale a permis de mettre en évidence. Il s’agit notamment des propriétés du périmètre et de l’aire.

Nous décrivons ensuite des stratégies conçues en vue d’améliorer la compréhension des élèves, qui s’inspirent des dernières recherches dans le domaine. Ces stratégies mettent l’accent sur l’utilisation combinée de modèles essentiels, d’outils et de liens d’interdépendance en vue de faciliter les transitions entre les représentations concrètes, imagées et abstraites des concepts et elles mettent en relief l’importance d’un travail délibéré de planification et de l’utilisation de questions axées sur des objectifs bien précis. Nous proposons, pour faciliter l’enseignement et l’évaluation, des exemples d’activités pour les leçons, ainsi qu’une série de questions à niveaux cognitif variés, qui donneront au personnel éducatif des idées en vue de combler les lacunes dans les connaissances des élèves et de favoriser chez eux le développement des compétences stratégiques en raisonnement et en résolution de problèmes. Chaque partie se conclut par une liste de ressources imprimées et en ligne, ainsi que des recommandations d’objets à manipuler, qu’on peut utiliser pour faciliter la formation des enseignants et pour renforcer la compréhension que les élèves ont du sujet.

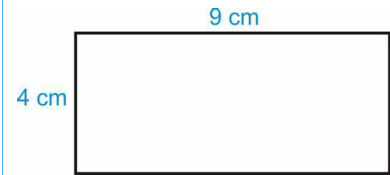
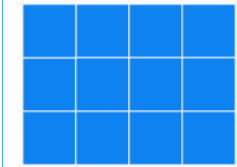
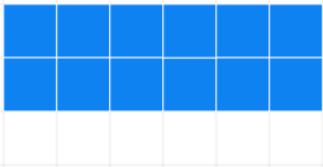
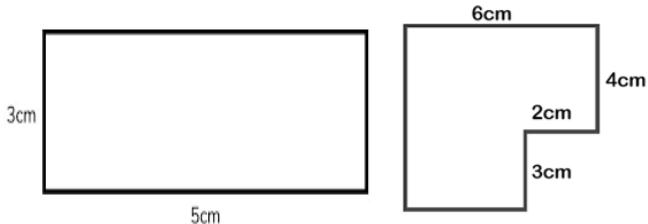
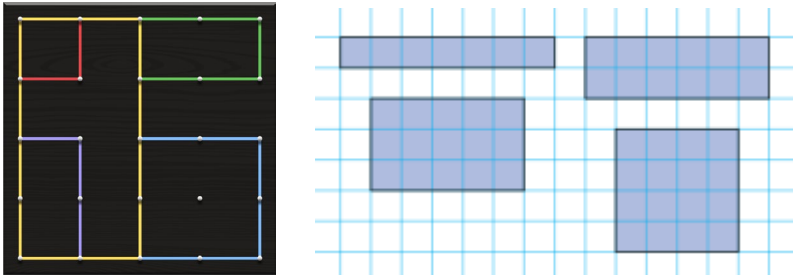
Comprendre le lien entre aire et périmètre

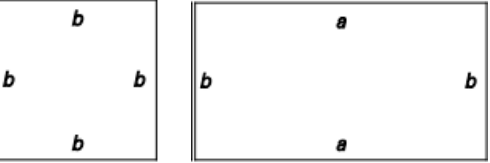
Concordance avec les résultats d'apprentissage antérieurs		Résultat d'apprentissage correspondant	Concordance avec les résultats d'apprentissage à venir
3^e – FE1.5 : On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent le périmètre de figures régulières et irrégulières en estimant le périmètre à l’aide de référents pour le centimètre ou le mètre, en mesurant et en notant le périmètre (cm et m) et en construisant des figures de même périmètre (cm et m) pour montrer que des figures différentes peuvent avoir le même périmètre.	4^e – FE1.3 : On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent l’aire des figures à deux dimensions régulières et irrégulières : – en reconnaissant que l’aire se mesure en unités carrées; – en choisissant et en justifiant des référents pour le cm² ou le m²; – en estimant des aires à l’aide de référents pour le cm² ou le m²; – en déterminant et en notant des aires en cm² ou en m²; – en construisant différents rectangles pour une aire donnée (cm² ou m²) afin de démontrer que plusieurs rectangles différents peuvent avoir la même aire.	5^e – FE1.1 : On s’attend à ce que les élèves sachent concevoir et construire différents rectangles dont le périmètre, l’aire ou les deux sont connus et en tirer des conclusions, en se limitant aux nombres naturels.	6^e – FE1.3 : On s’attend à ce que les élèves sachent développer et appliquer une formule, dans le cadre de la résolution de problèmes concrets, pour déterminer : – le périmètre de polygones – l’aire de rectangle – le volume d’un prisme droit à base rectangulaire.

Conclusions à tirer de l’évaluation provinciale de mathématiques de 6^e année

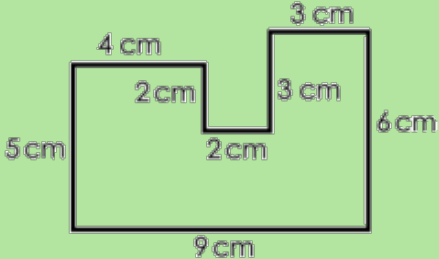
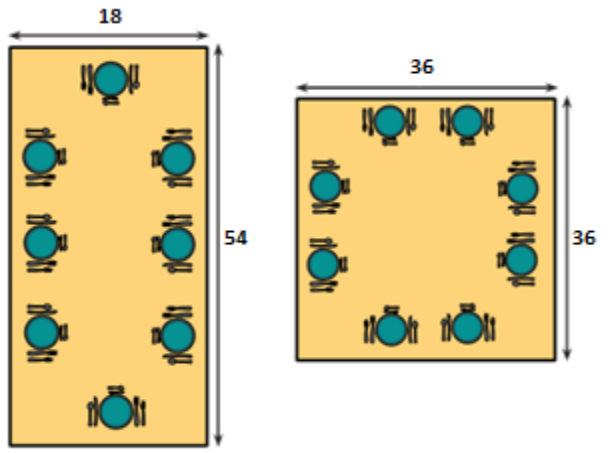
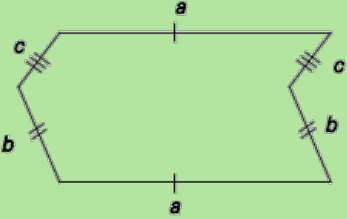
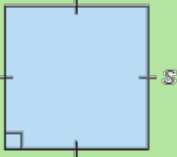
Le périmètre et l’aire sont deux concepts très importants quand on mesure les choses. Les élèves ont été capables de déterminer le périmètre et l’aire de figures géométriques régulières, en particulier lorsque toutes les informations étaient fournies. Lorsqu'on leur a demandé de trouver le périmètre ou l’aire sans que toutes les mesures soient indiquées dans un diagramme, les élèves ont parfois oublié d'inclure les mesures des côtés non étiquetés ou ont eu des difficultés à calculer la longueur d'un côté manquant. Les élèves ont également rencontré des difficultés lorsqu’on leur a demandé de travailler à la fois sur le périmètre et sur l’aire dans des questions d’application et d’analyse. Ceci concerne notamment les problèmes faisant intervenir le lien entre le périmètre et l’aire. Les élèves sont dans l’incapacité de faire des prédictions sur le périmètre ou l’aire d’une figure à deux dimensions quand la forme de cette figure change alors que le périmètre ou l’aire restent inchangés.

Raisons pour lesquelles il y a des besoins dans ce domaine et options pour aider les élèves

Propriétés du périmètre et de l'aire	
Idées fausses / erreurs dans les travaux des élèves	Étapes suivantes à envisager dans la salle de classe
Tout d'abord, les élèves font souvent l'erreur d'oublier d'inclure la mesure des côtés non annotés. Dans l'exemple ci-dessous, pour déterminer le périmètre, l'élève n'additionne qu'une longueur et une largeur. L'élève a parfois peu d'expérience quand certaines informations sont manquantes dans un diagramme.  $P = 4 + 9$ $= 13 \text{ cm}$ Certains élèves peuvent continuer à se concentrer sur les dimensions linéaires d'un objet pour déterminer lequel a la plus grande aire. Cela les résulte à avoir une compréhension limitée que l'aire d'une figure ne change pas quand on la découpe et qu'on réorganise les parties pour former une nouvelle figure. Dans l'exemple ci-dessous, l'élève pense que les rectangles ont des aires différentes parce que leurs périmètres sont différents. Les rectangles peuvent avoir la même aire et des périmètres différents. C'est également vrai pour l'inverse, c'est-à-dire pour les rectangles ayant le même périmètre : ils peuvent avoir des aires différentes.  Aire plus grande  Aire plus petite	Donnez aux élèves des occasions de s'exercer à bien comprendre le périmètre en leur donnant des exemples avec des côtés non annotés. Ceci les aidera également à résoudre des problèmes faisant intervenir des figures composées. Avant que les élèves ne commencent à calculer le périmètre, encouragez-les à nommer les longueurs des côtés qui ne sont pas encore nommées. Discutez des raisons pour lesquelles ces noms n'ont pas été indiqués à l'origine sur le diagramme. Insistez sur le fait que le périmètre correspond à la distance totale autour de la forme. Exemples de rectangles et de formes composées qu'il est possible d'utiliser :  Il est important que les élèves aient de nombreuses occasions de construire concrètement et de façon imagée des rectangles ayant des périmètres et des aires différentes. Pour certains élèves, il faut que l'apprentissage sur l'aire et l'apprentissage sur le périmètre se fassent simultanément. Concentrez-vous sur les points suivants : • Le périmètre et l'aire sont deux concepts différents mais liés. • Il est possible pour deux rectangles ayant une aire donnée d'avoir des périmètres différents. • Il est possible pour deux rectangles ayant un périmètre donné d'avoir des aires différentes. • Plus la figure se rapproche d'un carré, plus son aire est élevée. • Pour un périmètre donné, c'est le rectangle ayant la largeur la plus réduite qui aura l'aire la plus réduite. Dites aux élèves de préparer un tableau pour mettre en évidence les tendances dans l'aire et le périmètre. On peut utiliser un géoplan ou du papier quadrillé pour créer divers rectangles ayant tous le même périmètre. Il faut que les élèves parviennent à se rendre compte qu'on peut avoir des rectangles de dimensions différentes ayant le même périmètre.  Il faut aussi que les élèves déterminent l'aire de chacun de ces rectangles afin de bien comprendre que, même si ces rectangles ont le même périmètre, l'aire de chacun est différente.

Exemples d’activités pour faciliter la planification des leçons			
3 ^e année	4 ^e année	5 ^e année	6 ^e année
Dessinez 3 rectangles différents dont le périmètre fait 12 cm. OU BIEN Dessinez 3 figures différentes dont le périmètre fait 12 cm. OU BIEN Dessinez 3 différentes figures dont le périmètre fait 12 cm et dont au moins une est une figure composée ou irrégulière. Connaissances : Quelles sont les figures que vous avez dessinées? Quelles sont les longueurs des côtés? Application : Que remarquez-vous sur les figures que vous avez dessinées? Quels sont leurs points communs et leurs différences? Comparez-les à d’autres figures dans la classe. Analyse : Comment est-il possible d’avoir différentes figures ayant le même périmètre? Trouvez différentes figures dans la classe qui ont un périmètre fait environ 12 cm. Comment s’assurer qu’il fait environ 12 cm? Comparez les figures.	Dessinez 3 rectangles différents dont l’aire fait 12 cm². OU BIEN Dessinez 3 figures différentes dont l’aire fait 12 cm². OU BIEN Dessinez 3 différentes figures dont l’aire fait 12 cm² et dont au moins une est une figure composée ou irrégulière. Connaissances : Quelles sont les figures que vous avez dessinées? Quelles sont les longueurs/dimensions des côtés? Application : Que remarquez-vous sur les figures que vous avez dessinées? Quels sont leurs points communs et leurs différences? Comparez-les à d’autres figures dans la classe. Analyse : Comment est-il possible d’avoir différentes figures ayant la même aire? Trouvez ou construisez différentes figures dans la classe dont l’aire fait environ 12 cm². Comment s’assurer qu’elle fait environ 12 cm²? Comparez les figures.	Demandez aux élèves de dessiner un rectangle dont l’aire est réduite, mais le périmètre est grand. Connaissances : Quelles sont vos dimensions? Pourquoi avez-vous choisi ces dimensions? Application : Comparez votre rectangle à ceux de vos camarades. En quoi vos dimensions diffèrent-elles? Analyse : Dessinez autant de rectangles différents que possible qui ont une aire de 12 cm². Que remarquez-vous? Quand est-ce que vous avez l’aire la plus élevée ou la plus réduite ou le périmètre le plus élevé ou le plus réduit? Pouvez-vous faire des généralisations à partir de vos conclusions pour votre partenaire ou pour la classe? Prouvez votre hypothèse (c’est-à-dire utilisez une aire différente). Est-ce vrai pour tous les rectangles?	Donnez aux élèves les figures suivantes.  Organisez les figures afin de créer diverses combinaisons de figures composées différentes. Connaissances : Quelles sont les dimensions avec les variables indiquées? Le périmètre? L’aire? Application : Comparez vos dimensions, vos périmètres et vos aires à ceux de vos camarades. Que remarquez-vous sur les variables et les opérations utilisées? Analyse : Faites des généralisations à partir de vos conclusions pour votre partenaire ou pour la classe. Indiquez une bonne stratégie pour trouver le périmètre d’un polygone et l’aire d’un polygone. Comment utiliser ces informations pour déterminer le volume de prismes?

Exemples d’activités pour faciliter la planification des leçons

Niveau cognitif	3 ^e année	4 ^e année	5 ^e année	6 ^e année
Connaissances	Quel est le périmètre de cette figure?  Dessinez un rectangle dont le périmètre fait 12 cm. Dessinez une figure dont le périmètre fait 12 cm.	Quelle est l’aire de cette figure?  Dessinez une figure dont l’aire fait 12 cm². Dessinez un rectangle dont l’aire fait 12 cm².	Tom a dessiné deux rectangles A et B. Les dimensions de A sont 3 cm sur 4 cm. Les dimensions de B sont 2 cm sur 5 cm. Que pouvez-vous dire sur leurs aires? Sans faire de calcul, indiquez la table dont l’aire est la plus élevée. Qu’est-ce qui vous permet de le dire?  <i>*adapté de Eyes on Math</i> Résoudre le périmètre et l’aire des tables. Que remarquez-vous sur le périmètre et l’aire des tables?	Quelle est l’expression pour le périmètre de la figure ci-dessous? Calculez le périmètre sachant que a = 6 cm, b = 3 cm et c = 2 cm.  On a un carré dont la longueur du côté est s. Rédigez une formule pour l’aire du carré. 

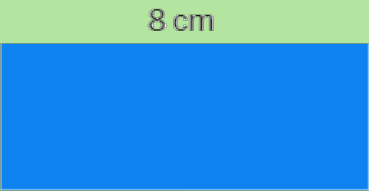
Application

Dessinez 3 figures différentes dont le périmètre fait 12 cm. Que remarquez-vous?

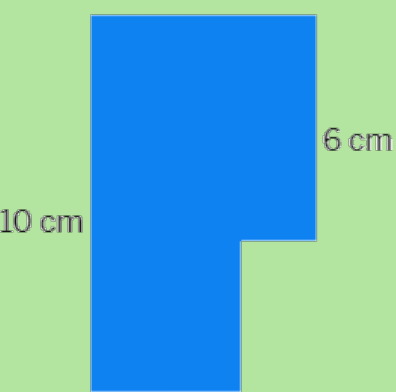
Comment faire une estimation du périmètre d’une carte de jeu? Quels outils ou étalons personnels pourriez-vous utiliser? Faites une estimation, puis mesurez le périmètre. Comparez votre estimation à votre mesure. Y a-t-il quelque chose que vous pourriez faire différemment la prochaine fois?

Analyse

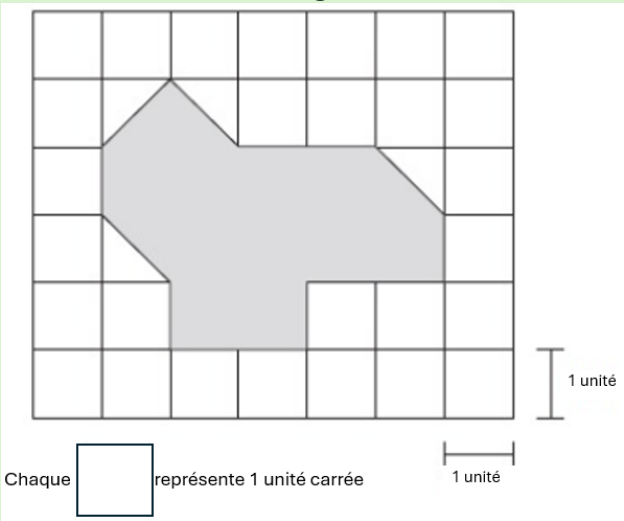
Quelles sont les longueurs manquantes des côtés sachant que le périmètre fait 26 cm?



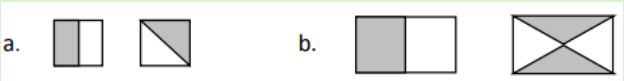
La figure ci-dessous est constituée de deux carrés. Quel est le périmètre de la figure?



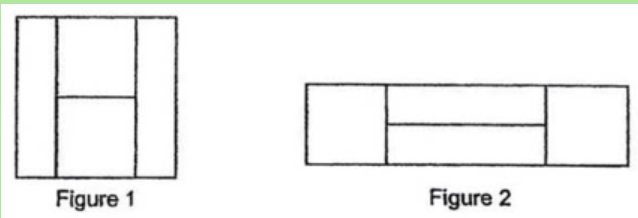
Quelle est l’aire de la figure suivante?



Comparez les aires des parties en gris. Qu’est-ce qui vous permet de faire ces comparaisons?



Vous découpez une feuille de papier carrée mesurant 12 cm de longueur en 2 morceaux carrés et 2 morceaux rectangulaires tel qu’indiqué dans la figure 1. Vous disposez les morceaux pour former un grand rectangle tel qu’indiqué dans la figure 2. Quel est le périmètre du grand rectangle de la figure 2?



On a un tapis rectangulaire dont l’aire fait 18 m². Quel est le périmètre le plus grand pour ce tapis?

On a un jardin rectangulaire dont le périmètre fait 120 m. Quelles sont ses mesures possibles (largeur et longueur)? Comparez-les. Quelles sont les plus grandes? Les plus petites?

On a un rectangle dont l’aire fait 24 cm². Quelles sont les mesures possibles pour les dimensions de ce rectangle? Comparez-les. Quelles sont les plus grandes? Les plus petites?

M. MacDonald souhaite construire un enclos rectangulaire pour son chien. Le périmètre de l’enclos mesure 20 m. L’un des côtés de l’enclos sera le mur de la maison. Il faut que l’aire de l’enclos soit le plus grand possible. Quelle sera l’aire de l’enclos?

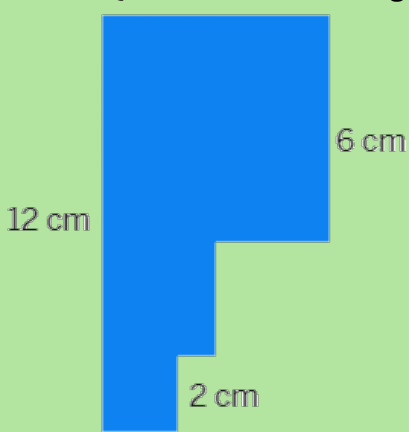
On a un mur rectangulaire dont le périmètre mesure 12 m. Sa largeur est de 2 m. Quelle est l’aire du mur?

On a un prisme rectangulaire dont le volume fait 192 cm³. Ce prisme a une hauteur de 16 cm. Quelle est l’aire de sa base? Indiquez des dimensions possibles de sa base.

Le dessus de votre pupitre fait 68 cm de long sur 50 cm de large. Quelle est l’aire de votre pupitre? Si vous travaillez sur un puzzle qui fait 2500 cm² une fois qu’il est terminé, est-ce que vous aurez assez de place? Quelles sont les dimensions du puzzle?

Une jeune fille a tondu deux pelouses. L’une des pelouses faisait 10 × 12 m et l’autre faisait 15 × 10 m. Le tarif de la jeune fille est de 3 dollars pour chaque tranche de 10 m². Combien la jeune fille a-t-elle fait payer pour les deux pelouses?

La figure ci-dessous est constituée de trois carrés. Quel est l’aire de la figure?



Un rectangle est composé de 20 tuiles unitaires carrées.

1 unité

1 tuile est  1 unité

Quel périmètre **n'est pas** possible ?

a

 42 unités

b

 24 unités

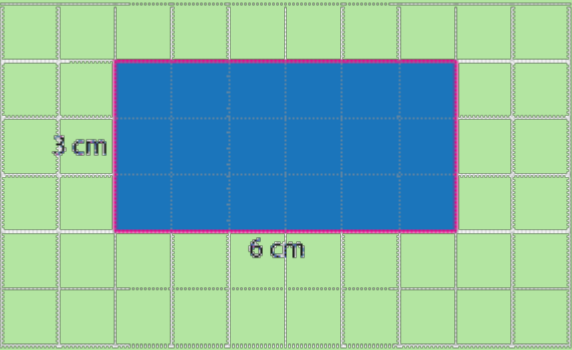
c

 20 unités

d

 18 unités

Un rectangle d'une longueur de 6 cm et d'une largeur de 3 cm est représenté ci-dessous.



Si tu doubles la longueur et la largeur, qu'arrive-t-il à l'aire ?

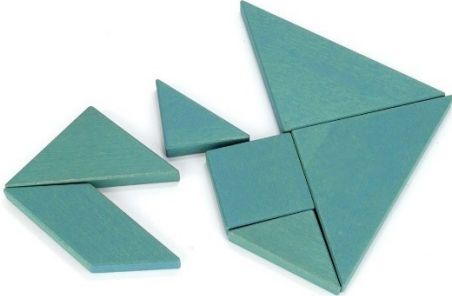
Ressources d’appoint

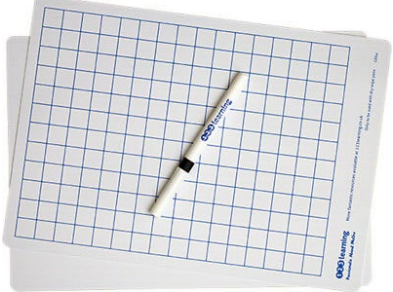
Objets à manipuler et modèles pour faciliter l’apprentissage

Géoplans

Carreaux de couleur

Blocs-formes

Tangrams

Papier quadrillé

Blocs de base 10

Ressources imprimées et électroniques

[s.a.] *Tasks*. [Tasks Archive - YouCubed](#) (consulté en septembre 2023)

Bay-Williams, J. M. et J. J. SanGiovanni. *Figuring out Fluency in Mathematics Teaching and Learning, Grades K – 8*, Corwin Press, 2021.

Cameron, Antonia. *Early Childhood Math Routines: Empowering Young Minds to Think*, Portsmouth, New Hampshire, Stenhouse Publishers, 2020.

Costello, D. *Making Math Stick: Classroom strategies that support the long-term understanding of math concepts*, Markham (Ont.), Pembroke Publishers, 2021.

Nouvelle-Écosse. Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance. *Programme de mathématiques de 3^e année*, Halifax (N.-É.), 2013.

Nouvelle-Écosse. Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance. *Programme de mathématiques de 4^e année*, Halifax (N.-É.), 2014a.

Nouvelle-Écosse. Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance. *Programme de mathématiques de 5^e année*, Halifax (N.-É.), 2014b.

Nouvelle-Écosse. Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance. *Programme de mathématiques de 6^e année*, Halifax (N.-É.), 2014c.

Fiore, M. et M. L. Lebar. *The Four Roles of the Numerate Learner*, Pembroke Publishers Limited, 2016

Marks Krpan, C. *Teaching Math with Meaning Cultivating Self-Efficacy Through Learning competencies, Grades K - 8*, chapitres 5 (« Communication ») et 6 (« Thinking »), Toronto (Ont.), Pearson Education Canada, 2017.

Newton, Nicki. *Guided Math in Action: Building Each Student's Mathematical Proficiency with Small-Group Instruction*, Londres, Routledge, 2021.

Parrish, S. *Number Talks Helping Children Build Mental Math and Computation Strategies*, Portsmouth, NH, Heinemann, 2010.

SanGiovanni, John. *Mine the Gap for Mathematical Understanding, Grades K-2*, Corwin Press, 2016.

SanGiovanni, John et Jennifer Rose Novak. *Mine the Gap for Mathematical Understanding Common Holes and Misconceptions and What to Do about Them*, Thousand Oaks, Californie, Corwin, a SAGE Company, 2018.

Small, M. *Making mathematics meaningful to Canadian students, K–8*, Toronto (Ont), Nelson Education Ltd., 2009.

Small, M. *Eyes on Math: A Visual Approach to Teaching Math Concepts*, Toronto (Ont), Nelson Education Ltd., 2012.

Van De Walle, J. A. *Elementary and middle school mathematics teaching developmentally fourth edition*, New York, NY, Addison Wesley Longman, 2001.

Van de Walle, J. A. et L. Lovin. *Teaching student-centered mathematics grades 3–5*, Boston, Pearson Allyn & Bacon, 2006.