LEÇONS APPRISES

de l’Évaluation de la Nouvelle-Écosse : Mathématiques en 8e année

Module 1 – Fractions

« Le but n’est pas simplement d’évaluer les élèves, mais d’améliorer l’ensemble du processus d’enseignement et d’apprentissage. »
— Douglas B, Reeves, *Making Standards Work* (2004)

NOVA SCOTIA
NOUVELLE-ÉCOSSE

Table des matières

Objectif du présent document

Ce document sur les leçons apprises de l'évaluation de mathématiques de 8e année en Nouvelle-Écosse découle d'une analyse des rapports de description des items de l'évaluation de mathématiques de 8e année de la Nouvelle-Écosse. Il est censé servir à tous les enseignants des niveaux allant de la 6e à la 8e année, ainsi qu'aux administrateurs des écoles, des centres régionaux pour l'éducation, du CSAP et de la province. Il s'agit d'un document conçu avant tout pour aider le personnel éducatif à prendre les informations fournies par l'analyse des données pour voir en quoi elles sont susceptibles d'éclairer la conception des leçons et l'évaluation des élèves dans la salle de classe.

Nous suggérons aux équipes des écoles d'utiliser ce document parallèlement au rapport de description des items de leur établissement tel qu'il est fourni par le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance aux centres régionaux pour l'éducation et au CSAP. Le rapport de description des items comprend des données sur les résultats des élèves au niveau de l'école, du centre régional pour l'éducation ou conseil scolaire et de la province pour toutes les questions figurant dans l'évaluation de mathématiques de 8e année. L'analyse par l'école des résultats de ses élèves pour différents groupes de questions portant sur des résultats d'apprentissage comparables lui permettra de mettre en évidence les domaines dans lesquels ils sont forts et les domaines dans lesquels elle pourrait avoir à apporter des changements dans l'enseignement ou dans l'évaluation. Le processus est conçu de façon à favoriser la poursuite des discussions et du travail d'exploration et de soutien en mathématiques au niveau de la salle de classe, de l'école, du centre régional pour l'éducation ou conseil scolaire et de la province, toujours en fonction de données qui sont valables et fiables.

Le présent document porte plus particulièrement sur certains des domaines que les élèves de la province ont trouvé difficiles d'après les données produites par l'évaluation provinciale. Il est essentiel, pour déterminer les mesures les plus appropriées à prendre pour leurs élèves, que le personnel enseignant tienne compte des données de différents types d'évaluations. Pour que l'enseignement et l'évaluation dans la salle de classe portent leurs fruits, il faut qu'il tienne compte des besoins de chaque élève dans la salle de classe.

Le présent document met en relief les résultats d'apprentissage pour lesquels il semble que les élèves aient besoin d'un soutien supplémentaire. Il fournit certaines informations sur les résultats des élèves à l'évaluation, ainsi que des suggestions de stratégies d'enseignement en salle de classe. Nous incluons, pour chaque sujet abordé, des exemples d'items de l'évaluation.

Vue d'ensemble des leçons apprises de l'évaluation

Les évaluations et les examens de la province produisent des informations que le personnel enseignant peut utiliser pour éclairer son travail d'enseignement et d'évaluation dans la salle de classe. L'analyse des données de chaque évaluation ou examen permet de mettre en évidence certains phénomènes et certaines tendances qui constituent la base de nos documents de la série « Leçons apprises ».

Ce document se concentre sur deux domaines bien particuliers :

- les représentations équivalentes de fractions;
- la mauvaise application des algorithmes de calcul avec les fractions.

Dans chaque section, nous fournissons une vue d'ensemble des raisons pour lesquelles nous nous concentrons sur le domaine en question, en décrivant les erreurs et les idées fausses des élèves. Nous décrivons les stratégies qu'il est possible d'utiliser pour faciliter l'apprentissage des élèves sur la question, ainsi que des exemples d'activités pour les leçons et de questions pour les évaluations. À la fin de chaque section, nous fournissons une liste de ressources d'appoint pour la poursuite du perfectionnement professionnel et l'approfondissement de l'apprentissage des élèves.

Conclusions à tirer de l’évaluation provinciale de mathématiques en 8e année

L’analyse attentive des réponses recueillies grâce à l’évaluation provinciale de mathématiques en 8e année (M8) montre que près de la moitié de nos élèves ont du mal à répondre correctement aux questions faisant intervenir des opérations avec des fractions. Dès le tout début du travail de calcul de valeurs faisant intervenir des fractions, les élèves ont du mal à faire le lien entre ce qu’ils savent sur les opérations mathématiques et les effets que ces opérations peuvent avoir sur les valeurs fractionnaires. En travaillant avec les nombres entiers, les mêmes élèves ont montré qu’ils connaissaient bien les quatre opérations; par contre, quand ils travaillent avec les fractions, ils appliquent mal les algorithmes de calcul qu’ils ont vus dans les cours ou qui sont illustrés dans les manuels. C’est souvent le même obstacle que celui que les élèves rencontrent quand on leur pose des questions d’application ou d’analyse. Même quand ils sont capables de présenter les informations qu’on leur donne sous la forme d’une expression mathématique ou d’une égalité, les mécanismes du travail avec des valeurs fractionnaires rendent la résolution du problème encore plus problématique.

Lors du travail sur de tels problèmes, il faut que les élèves utilisent les ressources et les outils qui sont à leur disposition. Il faut, lors de l’enseignement et des activités en salle de classe, faire une utilisation régulière des objets à manipuler et des représentations imagées. Ces représentations peuvent servir de points de départ, de rappels et de repères pour vérifier la vraisemblance des réponses. Le travail avec diverses façons de représenter les choses aide également les élèves à apprendre à utiliser leurs compétences en raisonnement pour sélectionner les stratégies de résolution de problèmes qui sont appropriées.

<table>
<tr><th colspan="3">Opérations sur les fractions</th></tr>
<tr><th colspan="2">Concordance avec les résultats d’apprentissage antérieurs</th><th>Résultat d’apprentissage correspondant</th></tr>
<tr><td rowspan="2">6e – N.4
On s’attend à ce que les élèves sachent établir un lien entre les fractions impropres et les nombres fractionnaires à l’aide de diverses représentations.</td><td>7e – N.5
On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent l’addition et la soustraction de fractions et de nombres fractionnaires positifs, avec et sans des dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique.</td><td rowspan="2">8e – N.6
On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent la multiplication et la division des fractions positives et de nombres fractionnaires positifs de façons concrète, imagée et symbolique, et l’application de la priorité des opérations en évaluant des expressions comportant des fractions.</td></tr>
<tr><td>7e – N.7
On s’attend à ce que les élèves comparent, ordonnent des fractions, des nombres décimaux positifs jusqu’au millièmes et des nombres entiers en utilisant :
- des points de repère;
- la valeur de position;
- des fractions équivalentes ou nombres décimaux.</td></tr>
</table>

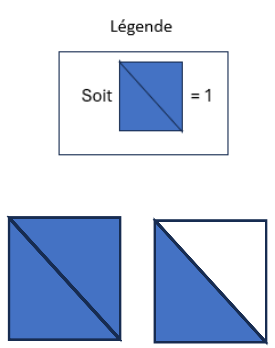
<table>
<tr><td colspan="2">

Représentations équivalentes

Les données de l'évaluation de mathématiques de 8e année montrent que, dans la province, les élèves ont du mal avec les questions leur demandant de passer d'une représentation donnée à une autre représentation équivalente (d'une fraction impropre à un nombre fractionnaire, d'une fraction avec un dénominateur donné à une fraction avec un autre dénominateur, etc.) pour résoudre des problèmes.

</td></tr>
<tr><th>Idées fausses / erreurs dans les travaux des élèves</th><th>Étapes suivantes à envisager dans la salle de classe</th></tr>
<tr><td>

Quand on demande aux élèves d'indiquer la valeur représentée par la figure suivante :



i) les élèves répondent parfois :

$$\mathbf{\frac{2}{3}}$$

C'est une inversion de la réponse correcte, l'élève pensant que la fraction doit toujours se situer entre 0 et 1.

Questions pour la réflexion

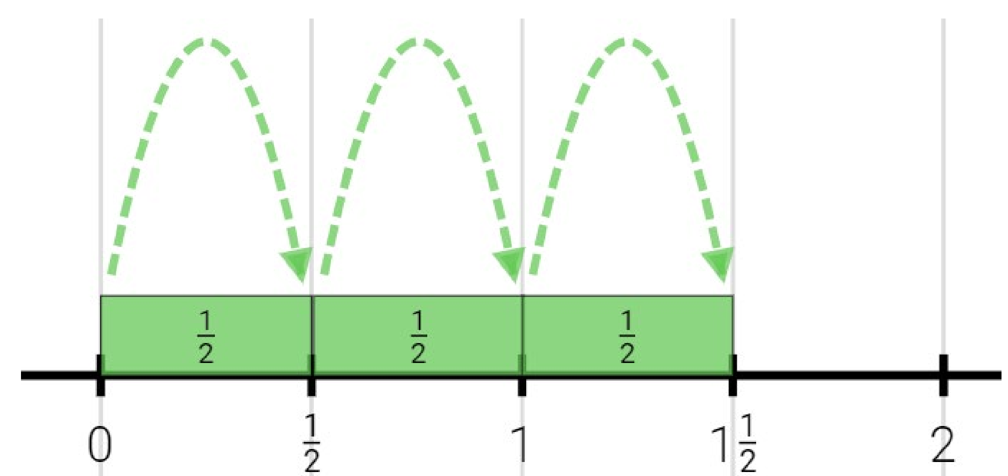
- Quelle est l'unité ?
- Est-ce que la réponse est supérieure ou inférieure à l'unité ?

</td><td>

Chacun des différents types de réponse nous donne une idée de l'origine de l'idée fausse. Avant de choisir les étapes suivantes, il est important de saisir ce que l'élève comprend bien et d'adapter sur mesure l'enseignement en choisissant le bon point de départ.

Indépendamment de ce que l'élève comprend bien, l'utilisation de diverses formes de représentation ne peut que l'aider à approfondir sa compréhension ou à renforcer sa souplesse dans la réflexion.

- Quand l'élève répond $\frac{2}{3}$, il se peut qu'il lui faille d'autres exemples de situations partie-tout dans un contexte du monde réel, afin de l'aider à mieux comprendre qu'une fraction peut décrire une quantité supérieure à 1. Il voit clairement les valeurs qui composent la réponse correcte, mais il les inverse, parce qu'il pense qu'il faut que la fraction soit entre 0 et 1. Passez en revue les étapes qui permettent de dégager les valeurs 2 et 3. Passez ensuite à l'idée que le numérateur peut être supérieur au dénominateur, selon la définition de l'unité dans le problème. Le support visuel est essentiel : droites numériques (incluent des droites ouvertes), représentation imagée, objet à manipuler, etc.



</td></tr>
</table>

ii) les élèves répondent parfois :

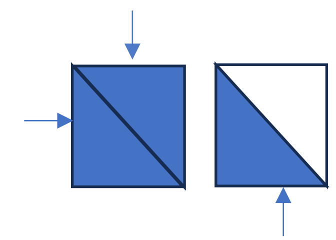
$$\mathbf{\frac{1}{2}}$$

C'est souvent la réponse que l'élève donne parce qu'il se concentre sur la partie et qu'il oublie l'unité ou n'en tient pas compte.

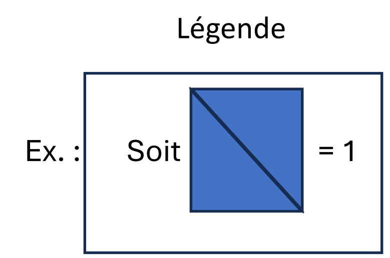
Questions pour la réflexion

- Est-ce que cette réponse représente l'intégralité de l'image ?
- Est-ce qu'il y a autre chose dans l'image ?

- Quand l'élève répond $\frac{1}{2}$, on peut l'aider en lui posant des questions qui le conduiront à exprimer ce qui lui permet de dire que l'image contient la représentation d'une moitié. Isolez l'unité et utilisez sa réponse pour construire l'unité. Montrez-lui que l'on peut représenter une unité et une moitié à l'aide d'une fraction impropre, en comptant les fractions unitaires.



$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1+\frac{1}{2}$
- une moitié - deux moitiés - trois moitiés Scénario : 3 demi-tasses d'eau pour 3 personnes	- une moitié - un tout - un tout et une moitié Scénario : Recette qui indique un temps de cuisson de $1\frac{1}{2}$ heures

iii) les élèves répondent parfois : $\mathbf{\frac{3}{4}}$ C’est souvent la réponse que l’élève donne parce qu’il considère l’ensemble de l’espace comme l’unité, mais voit bien les parties colorées, ce qui lui permet de choisir le bon numérateur. *Questions pour la réflexion* - Quelle est l’unité dans cette image ? - Combien de parts égales y a-t-il dans l’unité ?	- Quand l’élève répond $\frac{3}{4}$, on peut l’aider en vérifiant qu’il a bien compris la définition de l’unité. Parlez-lui des indices visuels qui l’aideront à déterminer ce qui constitue l’unité dans d’autres situations. Utilisez le diagramme pour montrer les fractions impropres et les nombres fractionnaires. Mettez en place une routine en salle de classe dans laquelle vous demandez aux élèves ce qu’est l’unité pour chaque nouveau contexte ou problème. Dans vos propres évaluations, prenez soin de définir l’unité à chaque fois dans l’énoncé, sous la forme d’une légende :  - Quand l’élève répond correctement, cela signifie qu’il maitrise bien le passage de la représentation imagée à la représentation symbolique pour les valeurs supérieures à 1. Il est important pour vous de bien développer la réponse correcte et de discuter des stratégies débouchant sur cette bonne réponse et sur les autres représentations équivalentes (nombre fractionnaire, nombre décimal, pourcentage, etc.). L’approfondissement de ces questions avec les élèves ne peut que renforcer leur compréhension et leur souplesse dans la réflexion, laquelle est essentielle à la résolution de problèmes. Quand les élèves plus forts parlent de ce qu’ils font, cela les aide à améliorer leurs compétences en communication et cela aide les autres élèves à voir différents types de solutions.

Activités pour faciliter la planification des leçons

6e année

Quel est l'intrus?
Qu'est-ce que vous remarquez ?

Ce type d'activité d'échauffement peut souvent être présenté quasiment sans aucune explication, avec simplement une question du type : « Qu'est-ce que vous remarquez? », puis une bonne gestion de la conversation. Il sera utile pour les élèves d'avoir un nom pour chaque partie de la grille, afin qu'ils puissent rapidement et facilement indiquer ce dont ils souhaitent parler. Dans ces exemples, on les nomme comme on nomme les quadrants dans un plan cartésien. Ceci est juste une idée pour incorporer un concept supplémentaire dans la routine en salle de classe. N'hésitez pas à nommer les différentes parties comme vous le souhaitez.

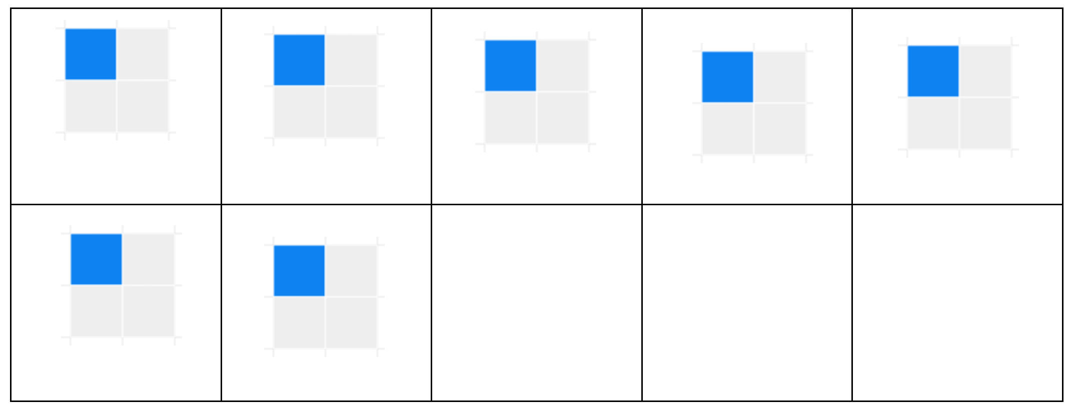
ii) $\frac{3}{2}$	**i)** $\frac{4}{3}$
iii) $1\frac{1}{3}$	**iv)** $\frac{8}{6}$

ii) $\frac{7}{5}$	**i)** $1\frac{2}{5}$
iii) $\frac{14}{10}$	**iv)** $\frac{3}{2}$

7e année

Compter par fractions d'une unité à l'aide d'images de fractions

Est-ce que vos élèves sont capables de représenter ceci sous la forme d'un nombre fractionnaire? Comment organiser les images de façon à faciliter le processus?



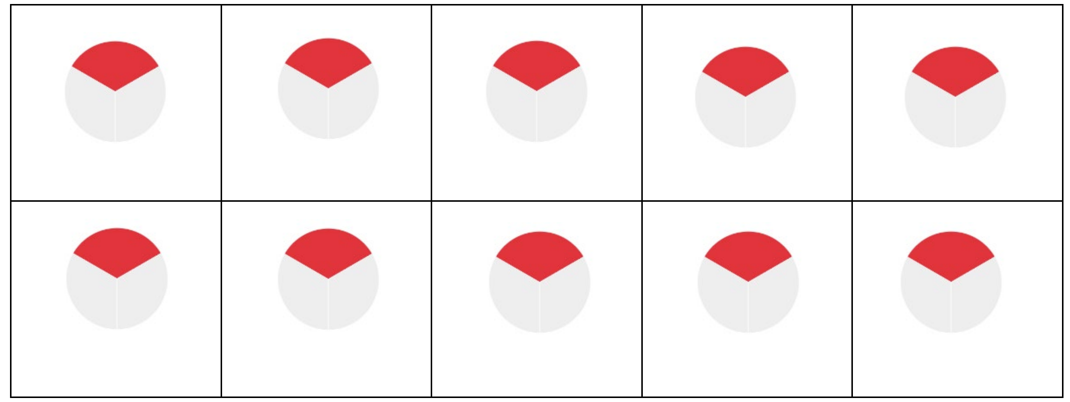
Les études indiquent que le fait de compter par fractions d'une unité aide l'élève à consolider sa compréhension des fractions. Cette présentation familière devrait permettre à l'élève de voir rapidement le nombre de fractions unitaire qui est représenté et faire donc un lien entre l'addition successive de sept quarts et la fraction impropre $\frac{7}{4}$.

8e année

Chaînes de problèmes – pour développer l'efficacité
Ex : Distributivité / Mise en évidence de nombres faciles à saisir

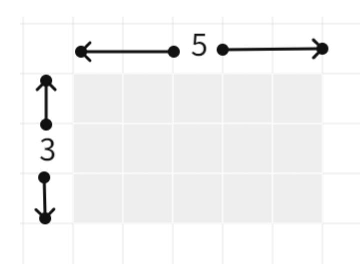
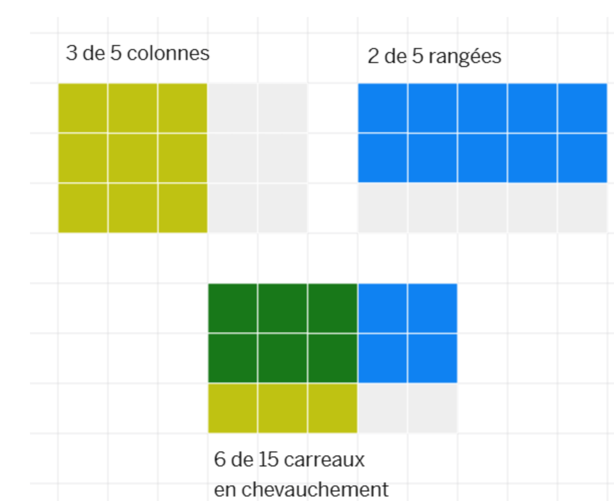
Les chaînes de problèmes sont une séquence structurée de problèmes mathématiques liés, conçue pour aider les élèves à développer leur fluidité, leur flexibilité et leur pensée stratégique avec les nombres. En sélectionnant soigneusement des problèmes qui s'appuient sur les acquis antérieurs, les enseignants peuvent guider des discussions qui encouragent les élèves à repérer des motifs, établir des liens et affiner leurs stratégies de résolution de problèmes. Cette routine favorise le discours mathématique, permettant aux élèves d'expliquer leur raisonnement, de choisir des stratégies efficaces et d'approfondir leur compréhension des relations numériques.

i)	$\mathbf{5\frac{1}{3} \times 3}$	$\mathbf{5\frac{1}{3} = 5 + \frac{1}{3}}$ **Pourquoi est-ce important ?** **Est-ce que vous avez fait la distribution ?** **3 et $\frac{1}{3}$ sont des nombres faciles à saisir – pourquoi ?**
ii)	$\mathbf{5\frac{1}{3} \times 6 \times 2}$	**Nous savons que 3 et $\frac{1}{3}$ sont des nombres faciles à saisir, mais nous n'avons pas de 3.** **Peut-on ressortir 3 comme facteur ?** $\mathbf{= 5\frac{1}{3} \times 3 \times 2 \times 2}$ $\mathbf{= (15 + 1) \times 2 \times 2}$ $\mathbf{= 8 \times 2 \times 2 \times 2}$ $\mathbf{= 8 \times 8}$

Notes pour guider l'utilisation de ces deux exemples : Haut i) la seule valeur qui est la forme irréductible d'une autre valeur (iv) ii) la seule valeur non-équivalent aux autres, plus grande que les autres iii) la seule valeur qui est un nombre mixte iv) la seule valeur qui n'est pas écrite sous forme irréductible Bas i) la seule valeur qui est un nombre mixte ii) la seule valeur qui est la forme irréductible d'une autre valeur (iii) iii) la seule valeur qui n'est pas écrite sous forme irréductible iv) la seule valeur non-équivalent aux autres, plus grande que les autres	 Il faut que les élèves voient immédiatement qu'on a 10 éléments. Dans cet exemple, on a 10 tiers, soit $\frac{10}{3}$. En quoi cette façon de présenter les choses se prête-t-elle au passage de fractions impropres à des nombres fractionnaires? Pourquoi cela fonctionne-t-il? Est-ce que cela fonctionnerait toujours si les fractions étaient différentes dans chaque cas ?	**iii)**	$\mathbf{5\frac{1}{3} \times 3 \times \frac{1}{4}}$	**Comment est-ce que les solutions aux problèmes i) et ii) peut nous aider ?** **Multiplier par $\frac{1}{4}$ est vraisemblable à diviser par ?**
		iv)	$\mathbf{5\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}}$	**Comment est-ce que la solution à problème iii) peut nous aider ?** $\mathbf{\frac{3}{4} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{4}}$
		D'autres exemples à développer	$\mathbf{3 \times \frac{1}{5} \times 10}$ $\mathbf{4 \times 1\frac{3}{5} \times 10}$	**- Est-ce que les calculs précédents nous aident à trouver cette multiplication ?** **- Quelles stratégies peut-on utiliser (doublement, facteurs, nombres faciles à saisir) ?** **- Quelle est l'autre propriété importante pour celui-ci ?**

Mauvaise application des algorithmes de calcul avec les fractions

Les données de l'évaluation provinciale de mathématiques de 8e année montrent que, dans la province, les élèves ont du mal à répondre correctement aux questions faisant intervenir une ou plusieurs opérations avec des valeurs fractionnaires. Dans ce qui suit, on met en relief chaque opération individuellement, mais les questions de l'évaluation comportaient également des problèmes faisant intervenir plusieurs opérations en même temps. Bon nombre de calculs exigent une certaine souplesse ou aisance dans le passage d'une forme de représentation à une autre (voir ci-dessus).

Idées fausses / erreurs dans les travaux des élèves	Étapes suivantes à envisager dans la salle de classe
Même si le résultat d'apprentissage N.6 de 8e année porte spécifiquement sur la multiplication et la division avec des fractions, il est essentiel de continuer d'incorporer l'addition et la soustraction dans l'apprentissage des élèves en 8e année. *Prenez soin d'insister sur le lien entre l'addition et la multiplication (addition répétée) et sur le lien entre la soustraction et la division (soustraction répétée).* *Voici des exemples d'idées fausses ou d'erreurs pour les quatre opérations :* -- **Multiplication** Il arrive que les élèves fassent ceci : $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = ?$ $= \frac{2}{3} \times \frac{6}{5}$ $= \frac{2(5) \times 6(3)}{(3 \times 5)}$ $= \frac{180}{15}$ $= 12$	En raison de leurs « connaissances » existantes, les élèves essaient souvent d'utiliser des règles qui leur sont familières et modifient ces règles pour les faire correspondre à la notation, sans s'assurer que les changements sont conformes aux principes mathématiques — par exemple, chercher à trouver un dénominateur commun pour multiplier deux fractions. Les contextes tirés du monde réel aideront les élèves à mieux comprendre et à se familiariser avec les nouvelles stratégies, pour arriver plus facilement à faire le lien. Pour aider les élèves dans leur apprentissage, on veille à utiliser couramment de multiples représentations (concrète, imagée, symbolique) quand on travaille sur des fractions. -- **Multiplication** Utilisez un modèle de grille pour illustrer la multiplication de deux fractions. Il faut que la grille ait des dimensions égales aux valeurs des dénominateurs des deux fractions. Une fois que la grille est prête, on la remplit avec des couleurs, des motifs ou des jetons pour représenter chaque fraction. La partie en chevauchement est le produit (voir ci-dessous). Faites ressortir le lien entre la multiplication et le mot « de ». L'expression $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$ illustre naturellement le chevauchement représenté dans le modèle en grille.  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ 

C’est souvent leur réponse parce qu’ils essaient de créer un dénominateur commun, comme s’ils devaient calculer une somme.

Questions pour la réflexion

- Quand on multiplie, est-ce que le produit est toujours supérieur ?
- Est-ce que la réponse est vraisemblable ?

« Une fois que les élèves comprennent comment multiplier les fractions, il est possible de revenir sur le concept de création de fractions équivalentes […]. »

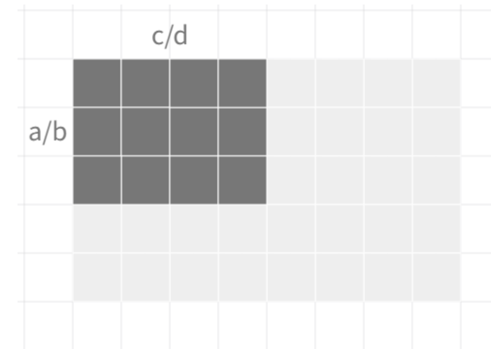
— Marion Small, *Big Ideas from Dr. Small* (4^{e} – 8^{e} année), Nelson (2009)

Une fois que les élèves ont eu l’occasion de travailler sur plusieurs exemples, on peut faire une activité pour consolider leur compréhension, comme la suivante :

- généraliser la grille pour qu’elle s’applique à n’importe quelle combinaison de deux facteurs fractionnaires

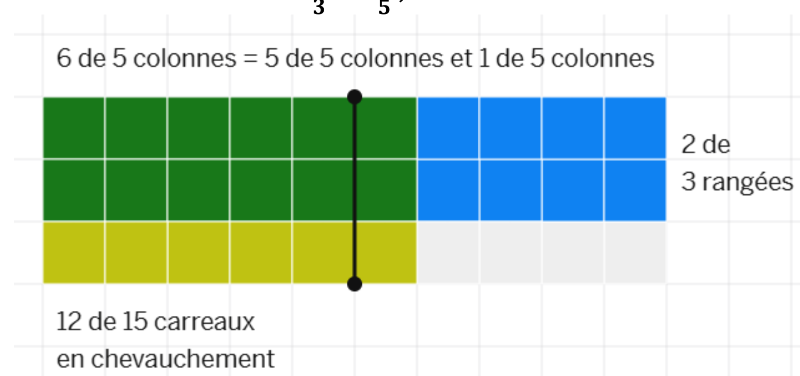
Dimensions de la grille : (b x d)

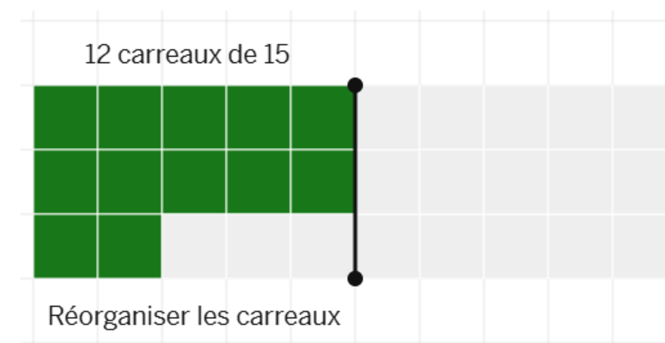
Produit : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$



- montrer comment utiliser la grille pour des nombres fractionnaires et des fractions impropres.

Calculer $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5}$;





Réponse : $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{12}{15}$

Cette grille montre que le tout comporte 15 placements de carreaux (produit des dénominateurs).
Pourquoi y a-t-il deux grilles ? (L’une des fractions est supérieure à un.)
Que remarque-t-on dans le nombre d’espaces verts ? (Il est égal au produit des numérateurs.)
Que remarque-t-on dans le produit des deux exemples ? (Le premier est la moitié du second.)

Division

Il arrive que les élèves fassent ceci :

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = ?$$

$$= \frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{8}$$

C’est souvent leur réponse parce qu’ils essaient de se rappeler le raccourci « garder, intervertir et renverser », mais oublient la dernière étape. Ces types de processus conduisent l’élève à prendre de mauvaises habitudes et à penser à tort que les mathématiques consistent simplement à mémoriser des séries de règles ou d’étapes.

Question pour la réflexion

- Est-ce que le côté gauche est toujours équivalent au côté droit? Pourquoi ou pourquoi pas ?

Addition

Il arrive que les élèves fassent ceci :

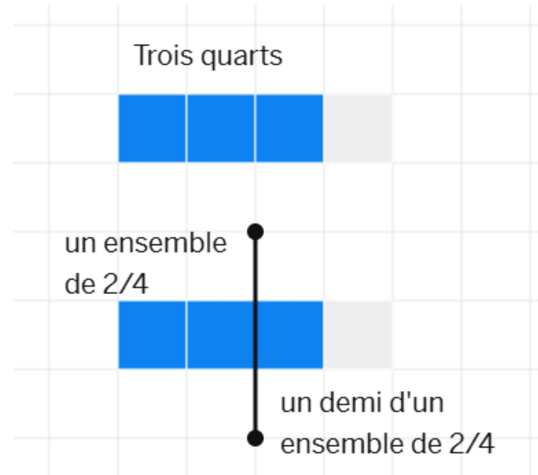
$$1\frac{3}{5} + 2\frac{1}{3} = ?$$

$$1\frac{3}{5} + 2\frac{1}{3} = 1 + 2 + \frac{3+1}{5+3} = 3\frac{4}{8} = 3\frac{1}{2}$$

Division

Comme la multiplication et la division sont l’inverse l’une de l’autre, le modèle de la grille est facile à utiliser pour illustrer une expression avec une division. Pour diversifier les supports visuels que vous utilisez et aider plus d’élèves à faire le lien avec les concepts, envisagez d’utiliser des bandes fractionnaires ou des réglettes Cuisinaire.

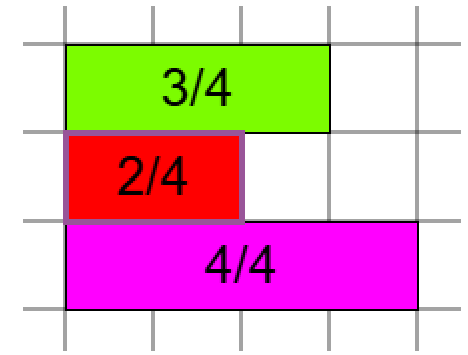
Ex :



$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \div \frac{2}{4}$$

$$= 1\frac{1}{2}$$



Trois quarts et un demi en comparaison avec un tout (réglettes Cuisinaire)

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$$

Parfois, le quotient se voit facilement dans le support visuel, mais une fois que les élèves ont plus d’expérience dans le calcul des quotients, demandez-leur s’ils voient des régularités. Évitez de leur donner des raccourcis comme « garder, intervertir et renverser ».

Addition

L’addition de nombres fractionnaires consiste simplement à additionner deux nombres entiers, additionner deux fractions propres et enfin additionner un nombre entier et une fraction propre. D’après les données de l’évaluation de mathématiques de 3e année et de l’évaluation de mathématiques de 6e année, les élèves ont des aptitudes dans l’addition de base d’entiers positifs. L’essence de cette erreur est donc la mauvaise application de l’algorithme pour additionner deux fractions propres.

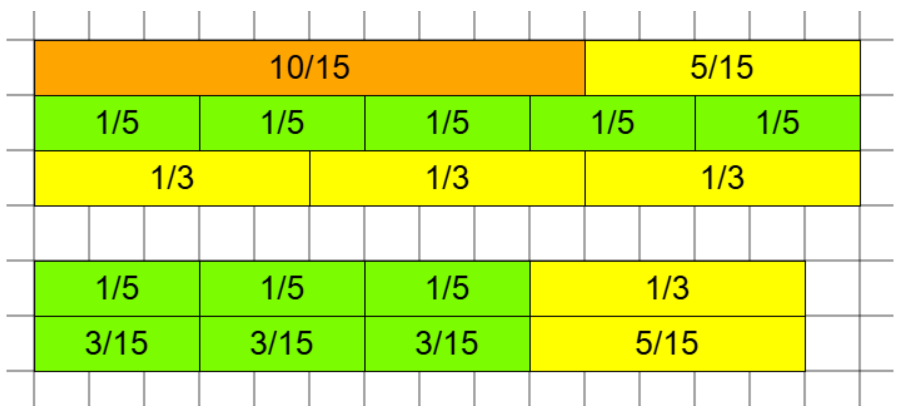
Il faut utiliser couramment les réglettes Cuisenaire, les grilles et les autres objets à manipuler pour les fractions dans la salle de classe, pour que l’élève ait toujours quelque chose à quoi s’accrocher, quel que soit son niveau au début de la leçon.

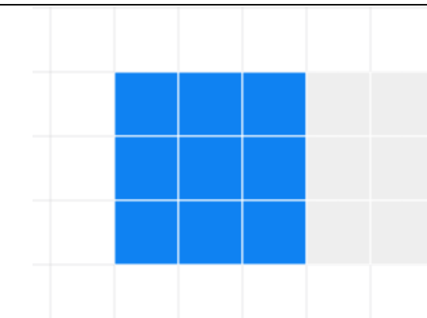
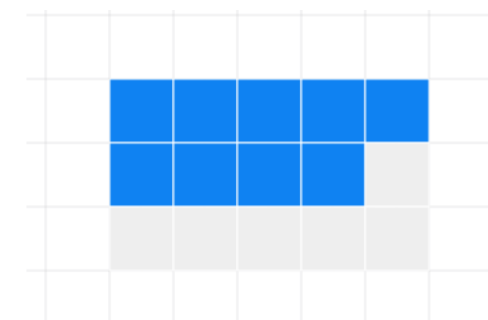
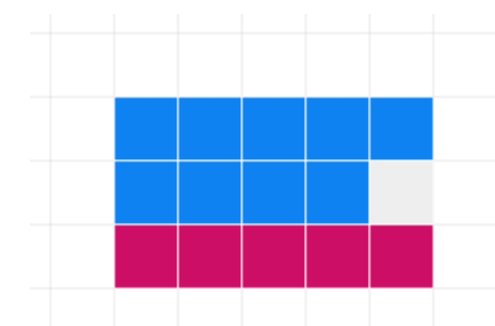
C’est souvent leur réponse parce qu’ils appliquent l’algorithme appris pour la multiplication et l’utilisent pour calculer une somme.
Les élèves ont bien vu et additionné les éléments entiers du nombre fractionnaire, alors prenez bien soin de les féliciter pour cela.

Questions pour la réflexion

- Qu’est-ce qui est bon dans cette stratégie et qu’il faut garder ?
- Est-ce que le sens du dénominateur est préservé ?

Représentation de $\frac{3}{5}+\frac{1}{3}$ à l’aide des réglettes Cuisinaires



Additionner les nombres entiers en premier, puis les fractions (commutativité).	$1\frac{3}{5}+2\frac{1}{3}= 1+\frac{3}{5}+2+\frac{1}{3}=1+2+\frac{3}{5}+\frac{1}{3}$
La somme des nombres entiers fait **3**	
Représenter : $\frac{3}{5}$ 3 de 5 colonnes	
Réorganiser : $\frac{3}{5}$ Déplacer les 3 carreaux colorés de la troisième rangée	
Additionner : $\frac{1}{3}$ 1 de 3 rangées	
La somme des fractions fait : $\frac{14}{15}$ $\boldsymbol{somme\ (nombres\ entiers)+somme\ (fractions)=\ 3+\frac{14}{15}=3\frac{14}{15}}$	

Dimensions de la grille sont choisi par rapport aux dénominateurs des fractions à additionner

Soustraction

Il arrive que les élèves fassent ceci :

$$4\frac{1}{3} - 1\frac{4}{5} = ?$$

$$4\frac{1}{3} - 1\frac{4}{5} = \frac{5}{3} - \frac{5}{5} = \frac{5-5}{3-5} = -\frac{0}{2} = -0$$

C'est souvent leur réponse parce qu'ils essaient d'appliquer l'algorithme pour la multiplication au calcul de la différence.

Questions pour la réflexion

- La réponse est-elle vraisemblable ?
- D'où les moitiés viennent-elles ?

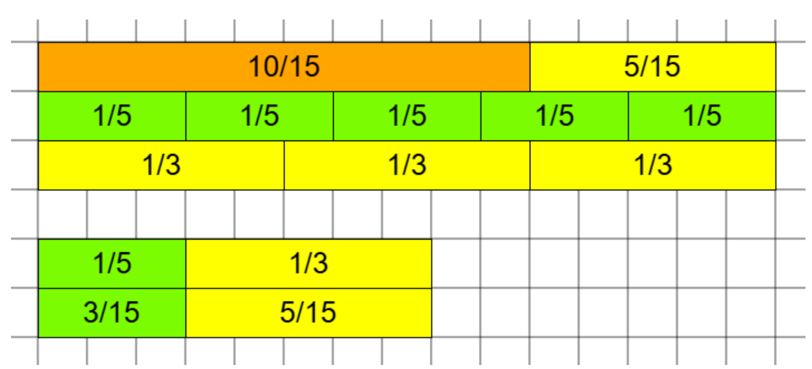
Solution :

Comptage ascendant de $1\frac{4}{5}$ à 2 : $2 - 1\frac{4}{5} = \frac{10}{5} - \frac{9}{5} = \frac{1}{5}$

Comptage ascendant de 2 à 4 : $4 - 2 = 2$

Comptage ascendant de 4 à $4\frac{1}{3}$: $4\frac{1}{3} - 4 = \frac{1}{3}$

Somme : $\frac{1}{5} + 2 + \frac{1}{3} = 2 + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right) = 2\frac{8}{15}$



Représentation : réglettes Cuisinaires

Soustraction

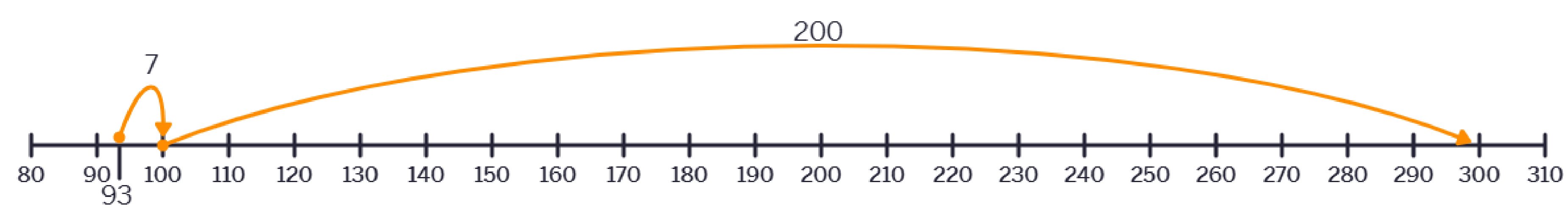
Soustraire une fraction à un nombre entier ou à deux nombres fractionnaires est parfois un peu plus compliqué. Envisagez d'autres stratégies que les élèves maitrisent, comme le comptage ascendant, pour faire des liens entre la soustraction de nombres entiers et la soustraction avec des valeurs fractionnaires.

Commencer par rapport quelque chose comme : **300 – 93 = ?**

On fait un comptage ascendant de 93 à 100 :
(prochain point de repère plus élevé)

On fait un comptage ascendant de 100 à 300 :
(prochain point de repère plus élevé)

La combinaison des deux donne :
300 – 93 = 207



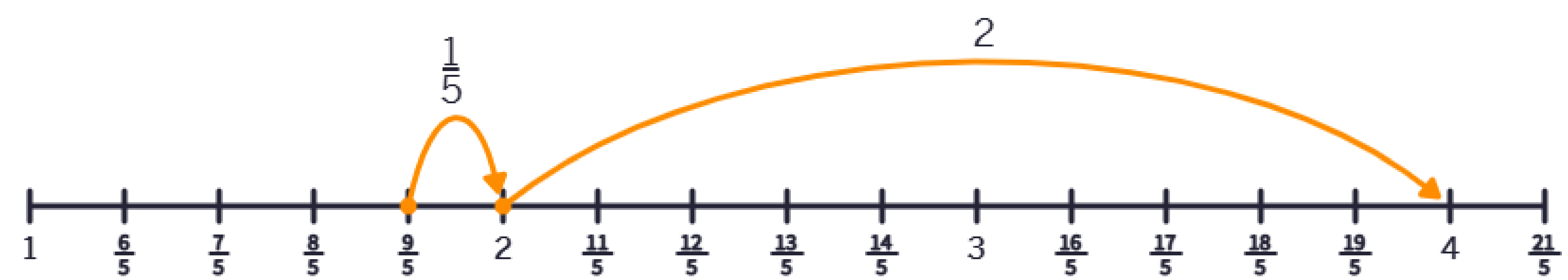
Comment appliquer cela à :

$$4 - 1\frac{4}{5} = ?$$

Comptage ascendant :
- de $1\frac{4}{5}$ à 2;
- ensuit, de 2 à 4

La combinaison des deux donne :

$$4 - 1\frac{4}{5} = 2\frac{1}{5}$$

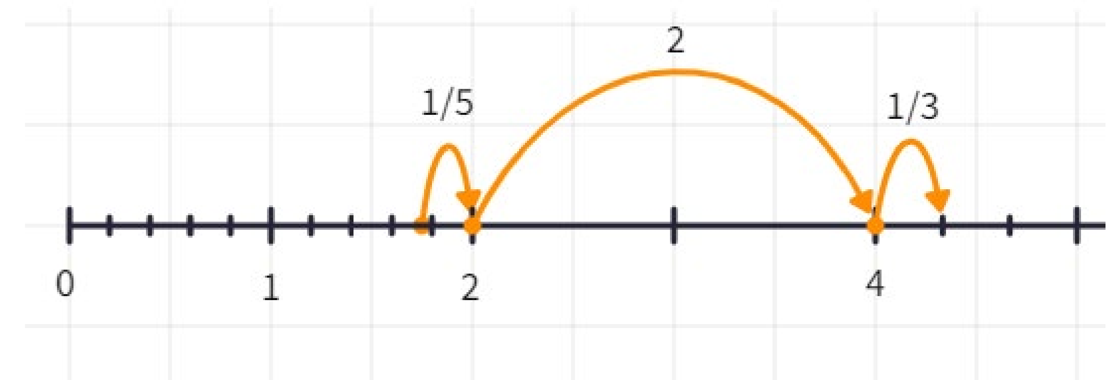


« Quand leur seule arme est les règles, les élèves n'ont aucun moyen d'évaluer leurs résultats pour voir s'ils ont un sens. La maitrise superficielle des règles à court terme se perd rapidement, parce qu'on finit par avoir une myriade de règles et que leur sens se perd quand elles se mélangent toutes. »

— Bobby Ojose, professeur adjoint d'enseignement des mathématiques à Youngstown State University (2015)

En prolongement à cela, faire maintenant la soustraction d'un nombre fractionnaire à un autre nombre fractionnaire : $\mathbf{4\frac{1}{3} - 1\frac{4}{5}}$

Comptage ascendant :
- de $1\frac{4}{5}$ à 2 ;
- puis de 2 à 4;
- puis de 4 à $4\frac{1}{3}$



La combinaison donne : $\mathbf{4\frac{1}{3} - 1\frac{4}{5} = \frac{1}{5} + 2 + \frac{1}{3} = 2 + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right)}$

Lors de l'addition des deux fractions propres, il faut que les élèves utilisent des stratégies qui fonctionnent pour eux. (Voir partie ci-dessus sur la méthode de la grille ou ci-dessous pour un exemple avec la notation symbolique.)

$$\mathbf{\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{1 \times 3}{5 \times 3} + \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{3}{15} + \frac{5}{15} = \frac{8}{15}}$$

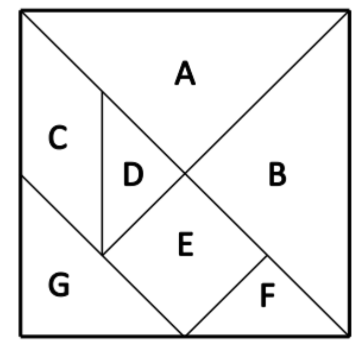
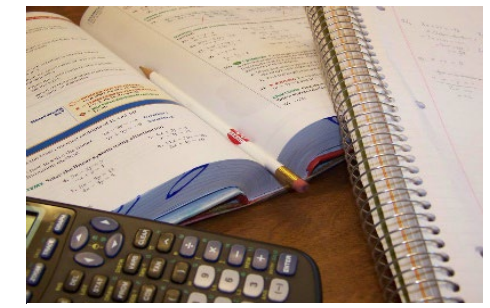
Réflexion des élèves :

3 de quelque chose et 5 de quelque chose donne 8 en totale.

Quelles sont les choses? Des quinzièmes.

La réponse est donc :

$$\mathbf{4\frac{1}{3} - 1\frac{4}{5} = 2\frac{8}{15}}$$

Activités pour faciliter la planification des leçons		
6e année	**7e année**	**8e année**
La recette de biscuits demande deux tasses et demie de farine. Faites un remue-méninge en groupe pour trouver différentes manières de mesure la bonne quantité, avec un ensemble d'ustensiles pour mesurer : 1 tasse, $\frac{1}{2}$ tasse, $\frac{1}{3}$ tasse et $\frac{1}{4}$ tasse. 	Le tangram est un casse-tête divisé en sept figures. À partir du tangram ci-dessous, réponds aux questions suivantes, sachant que A = $\frac{1}{4}$: 	Tu as fait $\frac{1}{4}$ de tes devoirs avant le repas de midi. Tu as fait ensuite $\frac{2}{3}$ des devoirs restants après le repas de midi. 
Connaissances : D'après la liste que votre groupe a créée, quel ustensile a été employé le moins souvent ?	**Connaissances :** Quelle figure représente la moitié de la figure A?	**Connaissances :** Est-ce qu'il te reste des devoirs à faire ?
Application : On n'a que l'ustensile faisant $\frac{1}{4}$ tasse. Comment mesurer la quantité nécessaire ?	**Application :** Quelles deux pièces de tangram ont une valeur combinée équivalent à B ? Quelles trois pièces de tangram ont une valeur combinée Équivalent à B ?	**Application :** Par rapport aux devoirs faits avant le repas de midi, combien de fois en plus les devoirs faits après le repas de midi représentent-ils ?
Analyse : Décrit un scénario dans lequel tu utiliserais l'ustensile faisant $\frac{1}{3}$ tasse. Est-ce que la mesure effectuée avec cet ustensile serait considérée exacte ?	**Analyse :** Inventer ton propre problème et le résoudre.	**Analyse :** Si la fraction des devoirs faits avant le repas de midi était de $\frac{1}{3}$ et la fraction des devoirs faits après le repas de midi était de $\frac{3}{4}$: Est-ce que les solutions des deux scenarios seraient identiques ? En quoi pourraient-elles t'aider à résoudre d'autres problèmes à l'avenir ?

Exemples de questions pour faciliter l'évaluation			
Niveau cognitif	**6e année**	**7e année**	**8e année**
Connaissances	i) Écris deux fractions impropres qui se situant entre 4 et 5. ii) Quels sont les nombres fractionnaires équivalents ?	Calcule : $\frac{1}{8}+\frac{1}{2}=\_\_$ $\frac{12}{16}-\frac{3}{4}=\_\_$	i) À quelle opération fait-on référence quand on dit : « un tiers de trois quarts » ? ii) Quelle opération peut être représenté comme une série de soustractions répétées ?
Application	i) Choisis une valeur proche de $4\frac{1}{2}$. Représente-la sous la forme d'un nombre fractionnaire et sous la forme d'une fraction impropre. ii) Indique une autre valeur entre la valeur que tu as choisie et $4\frac{1}{2}$.	i) Ton amie a additionné deux fractions et obtenu comme résultat $\frac{5}{8}$. Quelles peuvent avoir été les fractions de départ? N'y a-t-il qu'une réponse possible ? ii) Ton amie a soustrait deux fractions et obtenu comme résultat 0. Les deux fractions avaient deux dénominateurs différents. Quelles peuvent avoir été les fractions de départ? N'y a-t-il qu'une réponse possible ?	i) Une recette demande 3/4 de tasse de farine. À la deuxième étape, on vous demande de mettre de côté 1/3 de cette quantité pour l'utiliser plus tard. Quelle quantité de farine (en tasses) sera utilisée maintenant? ii) Vous faites des petits gâteaux, et vous avez 3 tasses de poudre de cacao. Chaque portion nécessite 1/4 de tasse pour la pâte et 1/8 de tasse pour la garniture. Combien de portions complètes pouvez-vous préparer?
Analyse	i) Qu'est-ce qui est vrai pour tous les nombres fractionnaires entre 4 et 5 ? ii) Qu'est-ce qui est vrai pour toutes les fractions impropres entre 4 et 5 ?	Explique à ton camarade de classe les erreurs dans les solutions suivantes : $\frac{5}{6}+\frac{5}{8}=\frac{10}{14}$ $\frac{10}{14}-\frac{5}{6}=\frac{5}{8}$	i) La recette originale demande 3/4 de tasse de farine, et on vous dit de mettre de côté 1/3 de cette quantité. Lorsque vous doublez la recette, la quantité mise de côté reste la même. Quelle quantité de farine (en tasses) sera utilisée maintenant dans la recette doublée? ii) Shamus a 3 tasses de poudre de cacao. Recette A: chaque portion nécessite 1/4 de tasse pour la pâte et 1/8 de tasse pour la garniture. Recette B: chaque portion nécessite 3/8 de tasse pour la pâte. La recette pour la garniture n'est pas incluse. Quelle recette recommandez-vous pour Shamus? Pourquoi?

Ressources d'appoint

Citations:

- Conseil Scolaire Acadien Provincial (CSAP). *Programme d'études de mathématiques de 6e année,* 2016. Sur Internet : https://drive.google.com/open?id=1Zk_WyviRn3UrMAsSL9SC1OwULibhn_iv
- Conseil Scolaire Acadien Provincial (CSAP). *Programme d'études de mathématiques de 7e année,* 2020. Sur Internet : https://drive.google.com/open?id=1nRn_ishiJPY2l77D6ca4xqHwzt0XfTMu
- Conseil Scolaire Acadien Provincial (CSAP). *Programme d'études de mathématiques de 8e année,* 2015. Sur Internet : https://drive.google.com/file/d/1Vh3fMUdX7WoAjmgBXvFqEgyqzqcjau6U/view?usp=sharing
- Parrish, S., & Dominick, A. (2016). *Number talks. Fractions, decimals, and percentages: a multimedia professional learning resource*. Math Solutions. (pg 284)
- Reeves, D. B. (2004) *Making Standards Work: How to implement standards-based assessment in the classroom, school and district (3rd ed.)*. Advanced Learning Press. (pg. 53)
- Small, M. (2009). *Making math meaningful to Canadian students, K-8*. Nelson Education. (pg 217-218)

Objets à manipuler et modèles pour faciliter l'apprentissage :
Jetons bicolores, grilles de 10, blocs de base 10, droite numérique ouverte, réglettes Cuisenaire, blocs-formes, cubes emboîtables, papier quadriller, et Tangrams.

Ressources imprimées :

- Chenelière Mathématiques 6, Manuel de l'élève, Éditions Chenelière éducation (PONC), 2010.
- Chenelière Mathématiques 7, Manuel de l'élève, Éditions Chenelière/McGraw-Hill, 2008.
- Chenelière Mathématiques 8, Manuel de l'élève, Éditions Chenelière/McGraw-Hill, 2006.
- Mathématiques 8, Manuel de l'élève, Éditions Chenelière/McGraw-Hill, 2009.

- Charbonneau, C. La manipulation en mathématiques au cœur des apprentissages, *Chenelière Éducation*, 2019 (NSSBB# : 3002154)
- Chenelière Éducation, Portrait Mathématiques (6e, 7e, et 8e année), *Chenelière Éducation*, 2019 à 2022 (NSSBB# : 3002153, 3002882, 3002883)
- Picard, C. Les difficultés liées aux fractions : stratégies d'intervention et pistes d'évaluation au primaire, *Chenelière Éducation*, 2015. (NSSBB# : 3003092)
- Small, M. et Lin, A. Bonnes Questions : L'enseignement différencié des mathématiques au secondaire, *MODULO,* 2014 (NSSBB# : 3000987)
- Small, M. Grandes idées pour l'enseignement de mathématiques, 9 à 14 ans, *Chenelière Éducation*, 2018 (NSSBB# : 3002144)
- Small, M. Questions Ouvertes, Niveaux 7 à 9, *Rubicon*, 2019 (NSSBB# : 2002406)
- Van de Walle, J.A. et Lovin, L.M. L'enseignement des mathématiques : L'élève au centre de son apprentissage, Tome 3, *Pearson ERPI*, 2008.

Ressources électroniques :

- Appui aux devoirs - https://nshh.ednet.ns.ca/info.php
- Polypad - https://polypad.amplify.com/p#algebra-tiles