Évaluation de la Nouvelle-Écosse
Mathématiques en 4e année
Leçons apprises

> L'erreur doit être analysée pour cibler les difficultés des élèves. Bien analysée par l'enseignant et bien comprise par l'enfant, l'erreur doit être formatrice.
>
> Karine Deval

NOVA SCOTIA
NOUVELLE-ÉCOSSE

03–2017

Table des matières

But de ce document 1

Vue d'ensemble de l'Évaluation de la Nouvelle-Écosse : mathématiques en 4e année 2

- Niveaux de rendement 4
- Résultats de l'évaluation 5

Leçons apprises de l'Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2016–2017 : mathématiques en 4e année 6

Messages clés 7

Mathématiques en 4e année – Leçon apprise 1 : La résolution de problèmes 9

Mathématiques en 4e année – Leçon apprise 2 : Le nombre 18

Mathématiques en 4e année – Leçon apprise 3 : Les régularités et les relations 30

Mathématiques en 4e année – Leçon apprise 4 : La forme et l'espace, La mesure 38

Mathématiques en 4e année – Leçon apprise 5 : La forme et l'espace, Les figures à deux dimensions et les objets à trois dimensions 43

Mathématiques en 4e année – Leçon apprise : La statistique et la probabilité 50

Bibliographie 58

Annexe A : Niveaux cognitifs des questions 59

Annexe B : Des stratégies de lecture aux stratégies mathématiques 61

Annexe C : Niveaux cognitifs des exemples de ce document 67

Annexe D : Réponses des exemples de ce document 68

Annexe E : Appliquer la méthode RIPSÉ 69

Annexe F : Choix de stratégies 71

nouvelle orthographe

Dans le présent document, le générique masculin est utilisé sans aucune discrimination et dans le seul but d'alléger le texte.

But de ce document

Le document, *Leçons apprises*, a été développé à la suite d'une analyse du *Rapport de description d'items* de l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2016–2017 : mathématiques en 4e année* dans le but d'appuyer le personnel enseignant qui enseigne les mathématiques à l'élémentaire, en particulier les enseignants de la 2e, de la 3e et de la 4e année, les administrateurs de l'école et le conseil scolaire afin de planifier les prochaines étapes pour améliorer le rendement des élèves dans tous les domaines mathématiques.

Le *Rapport de description d'items* est rédigé aussitôt après l'apparition des résultats de l'évaluation. Ce document met en relation chaque item avec les résultats d'apprentissage et les processus cognitifs du domaine mathématique correspondant. De plus, on y trouve le pourcentage des élèves de la province qui ont correctement répondu à chaque item. Chaque école reçoit son propre *Rapport de description d'items*, par l'intermédiaire du conseil scolaire, incluant les pourcentages de la province, du conseil scolaire et ceux de ses élèves. Le conseil scolaire et les écoles doivent examiner leurs données et les comparer à celles de la province afin de discuter des forces et des défis et de proposer des stratégies pour appuyer les élèves au cours de leurs apprentissages en guise d'améliorer leur rendement en mathématiques.

Ce document, *Leçons apprises*, met spécifiquement la lumière sur les forces et sur les défis que les élèves ont rencontrés dans les divers domaines mathématiques. Il est essentiel que les enseignants fondent l'évaluation des apprentissages en mathématiques sur les attentes du programme d'études en recueillant des données provenant d'une variété de ressources qui témoignent jusqu'à quel point les élèves satisfont à ces attentes, afin de déterminer les prochaines étapes les plus appropriées pour leurs élèves. Pour assurer la validité et la fiabilité de l'évaluation ainsi que pour favoriser l'amélioration du rendement des élèves en mathématiques, les enseignants doivent utiliser des stratégies d'enseignement et d'évaluation qui répondent aux besoins spécifiques des élèves.

Ce document fournit une vue d'ensemble des tâches mathématiques incluses dans l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2016–2017 : mathématiques en 4e année*, des informations au sujet des résultats de cette évaluation et une série des leçons apprises. Ces leçons présentent des suggestions relatives aux stratégies d'apprentissage, d'enseignement et d'évaluation ainsi que des suggestions à propos de prochaines étapes à planifier pour appuyer les élèves et des exemples d'items d'évaluation.

En planifiant l'évaluation, individuellement ou pendant des rencontres des membres de la communauté d'apprentissage professionnelle (CAP), le personnel enseignant doit toujours avoir en tête les questions suivantes :

- Qu'est-ce que je veux que les élèves apprennent? (Établir des buts d'apprentissage clairs.)
- À quoi l'apprentissage doit-il ressembler? (Établir des critères de réussite clairs.)
- Comment saurai-je que les élèves sont en train d'apprendre?
- Comment dois-je préparer les occasions d'apprentissage pour que tous les élèves puissent apprendre?

Vue d'ensemble de l'Évaluation de la Nouvelle-Écosse : mathématiques en 4e année

Les Évaluations de la Nouvelle-Écosse sont des évaluations à grande échelle qui procurent des données fiables à propos de la qualité de l'apprentissage des élèves de la province en ce qui concerne ce qui est prescrit en lecture, en écriture et en mathématiques dans les programmes d'études visant des niveaux scolaires déterminés. Ce qui les distingue de nombreux autres tests normalisés, c'est que toutes les questions sont conçues par des enseignants de la Nouvelle-Écosse afin que celles-ci correspondent étroitement aux résultats d'apprentissage des programmes d'étude provinciaux ; ainsi les résultats des évaluations présentent un aperçu de la qualité d'apprentissage chez les élèves par rapport aux programmes d'études. On peut véritablement compter sur ces résultats afin de présenter un portrait précis de la qualité d'apprentissage chez les élèves par rapport au programme d'études non seulement au niveau de l'école, mais aussi pour chacun des conseils scolaires ainsi que pour l'ensemble de la province. Puisque toutes ces évaluations correspondent aux résultats d'apprentissage des programmes d'études de la Nouvelle-Écosse, et comme elles sont développées par des enseignants de la province, il est donc possible d'analyser les résultats afin de déterminer si le curriculum, les pratiques pédagogiques et les ressources scolaires sont adéquats. De plus, puisqu'il est possible d'avoir accès aux résultats individuels de chaque élève, les enseignants peuvent concilier ces notes avec les résultats de leurs propres évaluations en classe afin de mieux reconnaître les forces et les défis de leurs élèves et par la suite adapter leurs pratiques pédagogiques en conséquence.

L'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse : mathématiques en 4e année* fournit des informations au sujet du rendement de chaque élève en mathématiques et complémente les données d'évaluation recueillies dans la salle de classe. Cette évaluation se déroule au début de la 4e année. Elle est développée de manière à fournir des informations détaillées au sujet de chaque élève dans la province afin de porter un jugement sur la progression de son rendement vers l'atteinte des résultats d'apprentissage des programmes d'études jusqu'à la fin de la 3e année.

Cette évaluation comprend

- des tâches mathématiques qui reflètent une sélection de résultats d'apprentissage choisis des programmes d'études de mathématiques jusqu'à la fin de la 3e année (voir le tableau 1)
- des items qui sont tous à réponse choisie
- des items qui sont rédigés de manière à fournir un large éventail de défis ainsi qu'une grande gamme du rendement individuel de l'élève.

Tableau 1. Résultats d'apprentissage choisis pour l'évaluation de 2016–2017

Domaine	Sous-domaine	Résultat d'apprentissage spécifique
Nombre	Nombre (N)	1N4*, 2N2, 2N3, 2N5, 2N9, 3N2, 3N3, 3N4, 3N5, 3N6, 3N8, 3N11, 3N12, 3N13
Régularités et relations	Régularités (RR1)	2RR1.1, 3RR1.1, 3RR1.3
	Variables et équations (RR2)	3RR2.1
Forme et espace	Mesure (FE1)	3FE1.1, 3FE1.2, 3FE1.3, 3FE1.4, 3Fe1.5
	2-D et 3-D (FE2)	2FE2.3, 3FE2.1, 3FE2.2
Statistique et probabilité	Analyse de données (SP1)	2SP1.2, 3SP1.1, 3SP1.2

1N4 *: le 1er chiffre indique le Niveau scolaire (1re année), la lettre N indique le domaine (Nombre) et le 3e chiffre indique le numéro du RAS dans le programme d'études.*

Les niveaux cognitifs :

- **Connaissance** : les questions de connaissance requièrent que l'élève se rappelle et reconnaisse des informations, des noms, des définitions ou des étapes d'une démarche.
- **Application** : les questions d'application requièrent un certain degré de compréhension que l'élève devra avoir pour appliquer ses connaissances mathématiques pour répondre correctement.
- **Analyse** : les questions d'analyse requièrent que l'élève aille au-delà de l'application et de la compréhension jusqu'aux habiletés mentales supérieures telles que l'analyse des généralisations et la résolution de problèmes.

Tableau 2. Tableau de spécifications montrant le pourcentage des questions alloué à chaque niveau cognitif

Tableau de spécifications : Niveaux cognitifs	
Niveau cognitif	**Pourcentage**
Connaissance	20–30 %
Application	50–60 %
Analyse	10–20 %

Ces pourcentages sont aussi recommandés pour les évaluations à base quotidienne dans la salle de classe.
Note : Pour plus de renseignements sur les niveaux cognitifs, veuillez-vous référer à l'Annexe A.

L'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2016–2017 : mathématiques en 4^{e} année* comprend 96 items répartis sur deux jours : 48 items au jour 1 de durée 90 minutes et 48 items au jour 2 de durée 90 minutes. Le tableau ci-dessous montre la répartition des items par jour, par domaine mathématique et par niveau cognitif.

Tableau 3. Nombre d'items par domaine mathématique et par niveau cognitif

Nombre d'items au jour 1				
	Connaissance	**Application**	**Analyse**	**Total**
Nombre	5	17	3	25
Régularités et relations	2	3	1	6
Forme et espace	4	6	2	12
Statistique et probabilité	1	2	2	5
Nombre d'items au jour 2				
	Connaissance	**Application**	**Analyse**	**Total**
Nombre	5	17	3	25
Régularités et relations	2	3	1	6
Forme et espace	4	6	2	12
Statistique et probabilité	1	2	2	5

Niveaux de rendement

Les quatre niveaux de rendement, utilisés dans le rapport d'évaluation des élèves, sont énoncés ci-après :

Niveau 1 : Au niveau 1, les élèves sont généralement capables de résoudre les problèmes qui sont simples et énoncés de façon claire ou pour lesquels on leur suggère la méthode de résolution. Ils connaitront une plus grande réussite avec les problèmes portant sur des concepts mathématiques des années précédentes. Ils sont capables de faire certaines additions et soustractions (à 1 ou 2 chiffres), mais ne comprennent pas nécessairement quand il convient d'utiliser chacune de ces opérations. Ils arrivent à reconnaitre certains termes et symboles mathématiques, principalement ceux des niveaux de scolarisation antérieurs.

Niveau 2 : Au niveau 2, les élèves sont généralement capables de résoudre les problèmes qui sont semblables à des problèmes qu'ils ont vus antérieurement. Leur capacité de résoudre les problèmes dépend d'un petit nombre de méthodes qui leur sont familières. Ils sont généralement capables de faire les opérations de base (+, –) et comprennent quand utiliser ces opérations. Ils comprennent et sont capables d'utiliser certains termes et symboles mathématiques, en particulier ceux des niveaux de scolarisation antérieurs.

Niveau 3 : Au niveau 3, les élèves sont généralement capables de résoudre les problèmes qui font intervenir plusieurs étapes et sont susceptibles de parvenir à résoudre des problèmes qu'ils n'ont jamais vus. Ils sont capables d'appliquer correctement les opérations numériques (+, –, x et ÷ jusqu'à 5 x 5) pour des nombres naturels, des nombres décimaux et des fractions et savent porter un jugement pour déterminer si la réponse se tient ou non. Ils comprennent et sont capables d'utiliser de nombreux termes et symboles mathématiques, y compris ceux de leur niveau de scolarisation actuel.

Niveau 4 : Au niveau 4, les élèves sont capables de résoudre des problèmes nouveaux et complexes. Ils sont capables d'appliquer avec aisance les opérations numériques (+, –, x, ÷) pour des nombres naturels et des fractions. Ils sont capables de réfléchir soigneusement quand il s'agit de déterminer si la réponse se tient ou non. Ils trouvent les termes et les symboles mathématiques faciles à utiliser et à comprendre.

Résultats de l’évaluation

Le déroulement de l’*Évaluation de la Nouvelle-Écosse : mathématiques en 4e année* a été mis en œuvre depuis l’année scolaire 2013–2014. Les pourcentages suivants sont ceux des élèves dont le rendement en mathématiques est situé au niveau 3 et plus : 75 % (2013–2014), 73 % (2014–2015), 81 % (2015–2016) et 83 % (2016–2017).

Quatre-cent-trente-six (436) élèves de la quatrième année, du Conseil scolaire acadien provincial, ont participé à cette évaluation en 2016–2017. Ce qui suit donne une idée du rendement de ces élèves aux quatre niveaux de rendement :

- Le rendement des 4,6 % des élèves est au niveau 1. Ils ne répondent pas aux attentes de l’évaluation.
- Le rendement des 12,8 % des élèves est au niveau 2. Ils s’approchent des attentes de l’évaluation.
- Le rendement des 69,0 % des élèves est au niveau 3. Ils répondent aux attentes de l’évaluation.
- Le rendement des 13,6 % des élèves est au niveau 4. Ils surpassent les attentes de l’évaluation.

Tableau 4 : Le pourcentage des élèves situés à chacun des niveaux de rendement

	2013–2014	2014–2015	2015–2016	2016–2017
Niveau de rendement 1	6,6 %	10,1 %	6,2 %	4,6 %
Niveau de rendement 2	18,6 %	17,4 %	12,7 %	12,8 %
Niveau de rendement 3	60,6 %	59,8 %	66,4 %	69,0 %
Niveau de rendement 4	14,2 %	12,7 %	14,7 %	13,6 %

Leçons apprises de l'Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2016–2017 : mathématiques en 4e année

L'analyse des résultats de l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2016–2017 : mathématiques en 4e année* a généré des observations et des constatations importantes qui pourraient aider les enseignants à planifier l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Dans ce document, ces observations et ces constatations recueillies sont organisées en **six leçons** ayant trait au processus de résolution de problèmes et aux quatre domaines mathématiques des programmes d'études : le nombre, les régularités et les relations, la forme et l'espace, et la statistique et la probabilité.

- Leçon apprise 1 – La résolution de problèmes
- Leçon apprise 2 – Le nombre
- Leçon apprise 3 – Les régularités et les relations
- Leçon apprise 4 – La forme et l'espace – La mesure
- Leçon apprise 5 – La forme et l'espace – Les figures 2D, les objets 3D et les transformations
- Leçon apprise 6 – La statistique et la probabilité

Chaque leçon comprend une introduction et quatre sections pour répondre aux quatre questions suivantes :

- Quelles conclusions peut-on tirer de l'évaluation de mathématiques en 6e année?
- Quelles sont les idées fausses ou les erreurs présentes dans le raisonnement des élèves?
- Quelles sont les prochaines étapes pour l'enseignement de la classe ou des élèves individuels?
- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage de l'élève?

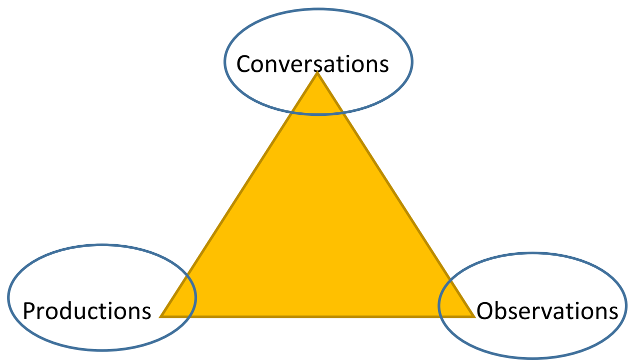
Messages clés

Les programmes d'études de mathématiques de la Nouvelle-Écosse se fondent sur plusieurs principes concernant l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques, ainsi que l'évaluation des apprentissages des élèves. Ces principes découlent des travaux de recherche et de la pratique de l'enseignement. Parmi ces principes, citons :

- L'apprentissage des mathématiques est un processus actif et constructif.
- Le meilleur apprentissage se fait quand on définit clairement les attentes et qu'on offre un processus continu d'évaluation et de rétroaction.
- Les apprenants sont des individus qui ont un bagage solide en toutes sortes de connaissances et d'expériences acquises antérieurement. Ils effectuent leurs apprentissages selon divers styles et à diverses cadences.
- Pour qu'il y ait un véritable apprentissage, il faut offrir des contextes pertinents et un milieu encourageant l'exploration, la prise de risques et la pensée critique tout en favorisant les attitudes positives et les efforts soutenus.
- Les élèves sont des apprenants curieux et actifs qui ont chacun leurs propres centres d'intérêts, d'aptitudes et de besoins. À leur arrivée en classe, ils ont un bagage préalable en diverses connaissances, expériences vécues et valeurs culturelles. Pour bien développer la maitrise des mathématiques, il est essentiel d'établir des liens avec ces expériences et ces valeurs.
- L'évaluation au service de l'apprentissage est un aspect essentiel d'un enseignement efficace. Ce type d'évaluation incite l'enseignant à mettre plus d'emphase sur la progression de l'apprentissage au cours d'une leçon, d'un chapitre ou d'un module. À cet effet, l'enseignant sera capable de déterminer quand et comment intervenir pour identifier la prochaine étape afin de réviser et d'adapter les démarches et les stratégies suivies, ainsi que les activités d'apprentissage en lien avec les résultats d'apprentissage pour répondre aux besoins de tous les élèves.
- Il existe plusieurs stratégies d'évaluation au service de l'apprentissage, telles que le questionnement, les observations, les entrevues, l'analyse des produits de l'élève, la vérification de la compréhension conceptuelle de l'élève, l'engagement de l'élève en passant en revue la progression de ses apprentissages, l'évaluation par les pairs, l'autoévaluation, la rétroaction descriptive…
- L'évaluation de l'apprentissage est le processus de collecte et d'interprétation des évidences en guise d'examiner à quel point est rendu l'apprentissage de l'élève à la fin d'une période de temps. Cet examen permet à l'enseignant de porter des jugements sur la qualité des apprentissages de l'élève selon des critères bien établis et d'attribuer une valeur quantitative pour représenter cette qualité. L'information recueillie pourrait être utilisée dans le but de communiquer le rendement de l'élève aux parents, aux tuteurs et tutrices, aux autres enseignants, aux élèves eux-mêmes ainsi qu'à la communauté éducative au sens large.
- En ayant recours à l'évaluation au service de l'apprentissage et à l'évaluation de l'apprentissage, l'enseignant doit voir au niveau cognitif de chaque question qu'on pose aux élèves. Les niveaux cognitifs des questions exigent de l'élève de réaliser des tâches qui requièrent des connaissances conceptuelles, des savoirs procéduraux, des habiletés d'analyse, ainsi que des stratégies de résolution de problèmes.
- L'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse (ENE) : mathématiques en 6^e^ année* constitue une partie du portrait global de l'évaluation du rendement de chaque élève et complémente les données recueillies en classe au sujet de l'évaluation.

- Avant de planifier l'enseignement, en utilisant les suggestions mentionnées dans chaque leçon de ce document à ce sujet et au sujet de l'évaluation, il est important que les enseignants passent en revue les résultats de l'élève conjointement avec ceux de l'ENE actuelle de mathématiques. Une variété d'évaluations au service de l'apprentissage et de l'apprentissage en salle de classe devrait être analysée pour déterminer les forces et les besoins de l'élève ainsi que les domaines qui nécessitent plus d'attention au cours de l'enseignement ou d'intervention pour appuyer cet élève.
- Il est essentiel d'opter pour une évaluation équilibrée en mathématiques tout le long de l'apprentissage. Les enseignants doivent utiliser une variété de stratégies d'évaluation qui leur permettent de recueillir des preuves d'apprentissage par triangulation des données, c'est-à-dire par des observations, des conversations (entrevues) et des productions qui démontrent de ce que l'élève connait, peut faire et peut exprimer.

La triangulation augmente la fidélité et la validité de l'évaluation de l'apprentissage des élèves et facilite la mise en œuvre de la différenciation pédagogique. « En utilisant la triangulation, on tient compte de tous les styles d'apprentissage et l'on engage tous les élèves, y compris ceux qui éprouvent de la difficulté à s'exprimer par écrit et ceux et celles qui n'ont pas l'habileté d'entreprendre une tâche d'évaluation écrite en vue de montrer leur apprentissage. » — Anne Davies (Traduction libre)



Mathématiques en 4e année – Leçon apprise 1
La résolution de problèmes

Apprendre par l'entremise de la résolution de problèmes devrait être au centre de l'étude des mathématiques à tous les niveaux. La résolution de problèmes est l'une des composantes critiques que les élèves rencontrent dans un programme de mathématiques. La résolution de problèmes exige et accroit une certaine compréhension conceptuelle et l'engagement des élèves afin qu'ils puissent atteindre les buts d'une culture mathématique et devenir des apprenants à vie durant. Les élèves ont besoin d'occasions d'apprentissage ayant trait à des problèmes relevant de l'application et de l'analyse afin qu'ils puissent utiliser leurs habiletés cognitives supérieures lors de la résolution de ces problèmes.

La résolution de problèmes ne se limite plus aux problèmes dont toutes les informations sont données dans l'énoncé, mais s'élargit à des situations plus ouvertes (aussi géométriques), plus « réelles », prétexte à plusieurs questions non strictement mathématiques. Un exemple de situation-problème est l'organisation d'une sortie éducative à un parc national, pour laquelle la classe doit, après discussion, décider du mode de transport, sélectionner les horaires de départ et d'arrivée et préparer un tableau pour consigner les espèces des plantes observées et leur nombre… Une situation-problème de ce type s'accompagne et vise des apprentissages méthodologiques plus transversaux : élaboration de questions, recherche et organisation d'informations, validation (mathématique ou par confrontation à la réalité) et communication des réponses. La résolution d'une telle situation-problème est tout à la fois la source, le moyen et le but de l'enseignement des mathématiques. L'objectif est bien que chaque élève puisse, en utilisant ce qu'il en a appris et compris, investir l'ensemble de ses connaissances et de ses compétences pour traiter les problèmes qui lui sont proposés.

Il est essentiel que les enseignants soient conscients qu'enseigner par la résolution de problèmes et enseigner à résoudre des problèmes sont deux approches différentes. En mathématiques, un problème est défini comme toute activité d'apprentissage pour laquelle l'élève ne dispose d'aucune règle ou méthode prescrite ou mémorisée. Un pareil problème destiné à l'apprentissage des mathématiques doit présenter les caractéristiques suivantes :

- Le problème doit correspondre au niveau des élèves.
- La problématique et le défi à relever doivent être en lien avec les idées mathématiques que les élèves ont à apprendre.
- Le problème doit demander de justifier et d'expliquer les réponses, ainsi que les méthodes utilisées. *(L'enseignement des mathématiques, L'élève au centre de son apprentissage*, M–3, Tome 1, Van de Walle et Lovin, 2006).

Compte tenu de ce qui précède, il est indispensable que les activités de résolution de problèmes soient choisies en fonction des résultats d'apprentissage des programmes d'études, soient conçues de manière à encourager la persévérance et l'engagement dans la tâche et à permettre aux élèves de prendre des risques et d'apprendre de leurs erreurs. L'activité de résolution des problèmes ne se limite donc pas à faire une opération arithmétique et à trouver son résultat, mais bien à se poser des questions et y répondre, elle forme des élèves logiques et vise à développer le raisonnement et à cultiver les possibilités d'abstraction. Ceci est à la source de la construction des savoirs mathématiques. Tout compte fait, la résolution de problèmes est la seule raison d'être des activités mathématiques. C'est ce qui leur donne leur sens.

A. Quelles conclusions peut-on tirer de l'évaluation de mathématiques en 4e année?

L'examen des résultats de *l'Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2016–2017 : mathématiques en 4e année* montre que les élèves comprennent bien la résolution d'un problème ayant trait au niveau de connaissance, si toute l'information nécessaire à la résolution est fournie explicitement. Les problèmes ayant trait à l'application et à l'analyse présentent un sérieux défi pour beaucoup d'élèves de la 4e année, car leurs résolutions exigent plus de concentration sur les idées et la compréhension conceptuelle.

En général, les élèves rencontrent de sérieux défis en résolution de problèmes dans presque tous les domaines mathématiques. Il semble que ces défis sont attribuables à plusieurs facteurs, entre autres un manque des connaissances antérieures et de la détermination de la stratégie à appliquer sans essayer de comprendre le contexte évoqué dans le problème. Partant de ce fait, on pourrait conclure que beaucoup d'élèves heurtent un obstacle quand ils sont en face d'un problème mathématique surtout du niveau d'analyse relevant de n'importe quel domaine mathématique. En raison de ce qui précède, il est important que les élèves soient plus exposés à des situations de résolution de problèmes du niveau d'application et analyse. Ils devraient être encouragés à courir des risques et à persévérer quand ils font face à des situations nouvelles de résolution de problèmes afin de leur permettre de construire de nouveaux outils mathématiques, de réinvestir des acquis antérieurs, de mettre en œuvre leur pouvoir créatif et de tester leur raisonnement. Il ne suffit pas de demander aux élèves de résoudre des problèmes (même en multipliant les exemples) pour qu'ils progressent dans leur capacité à le faire. Un apprentissage spécifique de type méthodologique est nécessaire.

En bref, les problèmes mathématiques sont de trois types :

- Des problèmes qui permettent aux élèves la construction de nouveaux outils mathématiques, tels que l'addition de deux nombres naturels à trois chiffres avec échange, la construction d'un diagramme à bandes ou d'un tracé linéaire, le tri de polygones, etc.
- Des problèmes qui incitent les élèves à utiliser des acquis.
- Des problèmes qui invitent les élèves à faire une véritable recherche.

B. Quelles sont les idées fausses ou les erreurs présentes dans le raisonnement des élèves?

Il est important de faire la distinction entre une idée fausse et une erreur. Une idée fausse est, en effet, une conception erronée que l'élève transporte avec lui d'un module à un autre ou d'un niveau scolaire au suivant. Une erreur se fait d'une façon involontaire et inconsciente. Elle est liée à la compétence, c'est-à-dire l'élève souffre d'une idée fausse ou conception erronée, d'une méconnaissance ou d'une connaissance incomplète de la notion mathématique, c'est pour cela, il commet des erreurs.

Plusieurs raisons sont à l'origine des erreurs commises en mathématiques. Il y a des erreurs systématiques causées par des idées fausses. Ces erreurs nécessitent une intervention directe de la part de l'enseignant. Aussi, il y a des erreurs fortuites – ou des fautes – dues à un manque d'attention ou à une distraction. L'élève a la possibilité d'en faire lui-même la correction lorsqu'on attire son attention sur elles.

Il est important de clarifier que l'erreur doit être considérée comme une étape normale de l'apprentissage dans un climat de confiance entre l'enseignant et l'élève. Parce qu'apprendre, c'est prendre le risque de se tromper, c'est oser expérimenter les stratégies acquises dans des situations que l'on rencontre, l'erreur est rarement le fruit du hasard. En effet, elle est induite par une certaine logique, qui mérite d'être analysée. L'enfant qui commet une erreur produit quelque chose, donc l'erreur n'est pas « le rien ». L'analyse de l'erreur présente le double intérêt pour le personnel enseignant d'évaluer la pertinence de son enseignement et de repérer les besoins de chaque élève. Ce personnel construit ainsi les bases d'une pédagogie différenciée. L'analyse des erreurs est un point important dans le processus enseignement – apprentissage – évaluation.

Au premier abord, lorsque les élèves envisagent une situation de résolution de problèmes, il semble qu'ils sont piégés par des expressions mathématiques qui ne leur sont pas familières ou qui sont vagues et difficiles à comprendre. En outre, lorsque les élèves considèrent qu'un problème est un problème de mathématiques, ils croient, à tort, qu'ils doivent chercher à y associer simplement des calculs routiniers avec peu de soucis relativement au sens du contexte et à la vraisemblance des réponses.

En raison de ce qui précède, on pourrait dire que les erreurs commises par les élèves résultent de l'image que les élèves se font des problèmes. Par exemple, en face d'une situation-problème réelle évoquant un contexte d'une régularité croissante, beaucoup d'élèves ne savent pas quelle stratégie ils doivent utiliser pour résoudre le problème.

L'examen des résultats des élèves de l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2016–2017 : mathématiques en 4e année*, révèle que :

- 56 % d'élèves ont commis des erreurs lors de la résolution d'un problème contextuel comportant une soustraction et une division.
- 58 % des élèves n'étaient pas capables à résoudre un problème faisant intervenir des estimations.
- 59 % des élèves ont eu de la difficulté à résoudre correctement un problème contextuel comportant une division.

C. Quelles sont les prochaines étapes pour l'enseignement de la classe ou des élèves individuels?

La résolution de problèmes est placée au centre de l'activité mathématique des élèves. Le terme « problème » signifie difficulté ou question à résoudre par des procédés scientifiques. La question peut porter soit sur un résultat inconnu à trouver à partir de certaines données, soit sur la détermination de la méthode pour obtenir un résultat supposé connu. Selon les approches en neuroscience, un problème ne qualifie pas une tâche, mais une situation, c'est-à-dire la confrontation d'un système cognitif à une tâche. C'est la représentation qu'un système cognitif construit à partir d'une tâche, sans disposer immédiatement d'une procédure admissible pour atteindre le but.

L'aspect important de la résolution de problèmes en 1re, 2e et 3e année touche les problèmes contextuels d'addition et de soustraction. Il est essentiel que le contexte de ces problèmes soit du vécu des élèves et leurs champs d'intérêts en concordance avec leurs expériences quotidiennes. Le contexte authentique de ces problèmes devrait être associé à la combinaison (l'addition) et à la séparation (la soustraction). En outre, les élèves devraient résoudre des situations d'addition et de soustraction qui portent sur l'identification des parties qui forment un tout et d'autres encore sur la comparaison. Pour plus de détails, veuillez consulter *PRIME : Sens des nombres et des opérations, Connaissances et stratégies.* Marian Small, Duval, 2008, pp. 41–48.

Enseigner les mathématiques par l'entremise de la résolution de problèmes est une approche familière à quelques enseignants et nouvelle à d'autres. « Pour enseigner par l'entremise de la résolution de problèmes, l'enseignant pose, dès le début du cours un problème à résoudre, il permet ainsi d'instaurer un contexte qui favorise et justifie l'apprentissage. Cette stratégie se distingue de l'approche plus traditionnelle qui consiste, notamment, à expliquer une nouvelle procédure, puis à demander aux élèves de résoudre quelques problèmes écrits. Le fait d'enseigner par l'entremise de la résolution de problèmes permet aux élèves de réfléchir au problème, d'élaborer diverses solutions, puis de découvrir par eux-mêmes la marche à suivre à partir de leur travail. (*PRIME: Sens des nombres et des opérations, Connaissances et stratégies*, p. 154, Marian Small, Duval, 2008)

Les élèves peuvent se servir du matériel de manipulation pour représenter les stratégies utilisées en résolution de problèmes contextuels qui portent sur l'addition et la soustraction, tels que :

- des jetons bicolores
- des cubes emboitables
- des cubes numérotés
- des grilles de 10
- des grilles de 100
- des blocs de base dix
- un tapis numérique…

Les stratégies de résolution de problèmes
Chaque élève a déjà ses stratégies personnelles de résolution de problèmes qu'il a mises en œuvre lors de réalisation de plusieurs activités d'apprentissage. La leçon **La boite à outils** de chaque module du manuel de l'élève *Chenelière Mathématiques 3, 4, 5 ou 6***,** procure aux élèves des occasions d'explorer une stratégie de résolution de problèmes qu'ils ajouteront à leur répertoire.

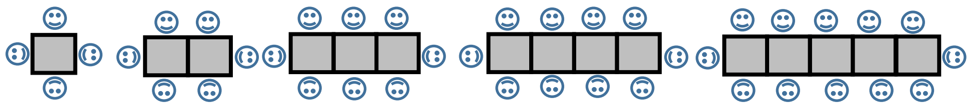
Lorsqu'on demande aux élèves de déterminer la valeur du terme de rang *n* d'une régularité contextuelle, quelques élèves paniquent et ne savent pas quelle stratégie utiliser, d'autres ne savent pas où et comment commencer.

Les deux exemples de la page suivante présentent quelques stratégies citées dans **La boite à outils**, telles que faire un dessin, Construire un tableau. Une stratégie personnelle est mentionnée dans le but d'attirer l'attention des enseignants au fait que la majorité des élèves optent pour cette stratégie.

Exemple 1 :
Tu invites tes amis à ta fête. Autour d'une table carrée, tu peux faire assoir 4 amis.
Autour de deux tables carrées assemblées, tu peux faire assoir 6 amis.
Combien d'amis peux-tu faire assoir autour de 5 tables carrées assemblées?

En face d'une situation comme celle-ci, l'élève ne sait pas quelle stratégie utiliser pour déterminer le nombre demandé. Il est essentiel de montrer à l'élève la stratégie gagnante qui permet de résoudre ce problème. Cette stratégie consiste à découvrir comment le nombre d'amis change quand le nombre de tables change. Pour y parvenir, il faut commencer à lire la situation-problème pour déterminer les renseignements (termes, nombres, …) mentionnés dans la mise en situation, puis faire ressortit de ces renseignements les informations importantes, ensuite identifier c'est quoi le problème et quelle stratégie utiliser, finalement présenter la solution et écrire un énoncé littéral pour présenter la réponse qui doit être accompagnée d'unités.

Stratégie 1 : Faire un dessin (représentation imagée)



- Je commence avec un dessin.
- Il y a 4 personnes autour de la 1re table.
- Il y a 6 personnes autour des deux tables assemblées.
- Il y a 8 personnes autour des trois tables assemblées.
- Il y a 10 personnes autour des quatre tables assemblées.
- Il y a 12 personnes autour des cinq tables assemblées.

Donc, je peux faire assoir 12 amis autour de 5 tables carrées assemblées.

Stratégie 2 : Construire un tableau (représentation tabulaire)
Le tableau ci-dessous représente le nombre de tables dans la 1re colonne, le nombre de chaise dans la 2e colonne et le nombre d'amis, que tu peux faire assoir autour chaque assemblage de tables, dans la 3e colonne.

Nombre de tables	Nombre de chaises	Nombre d'amis
1	4	4
2	6	6
3	8	8
4	10	10
5	12	?

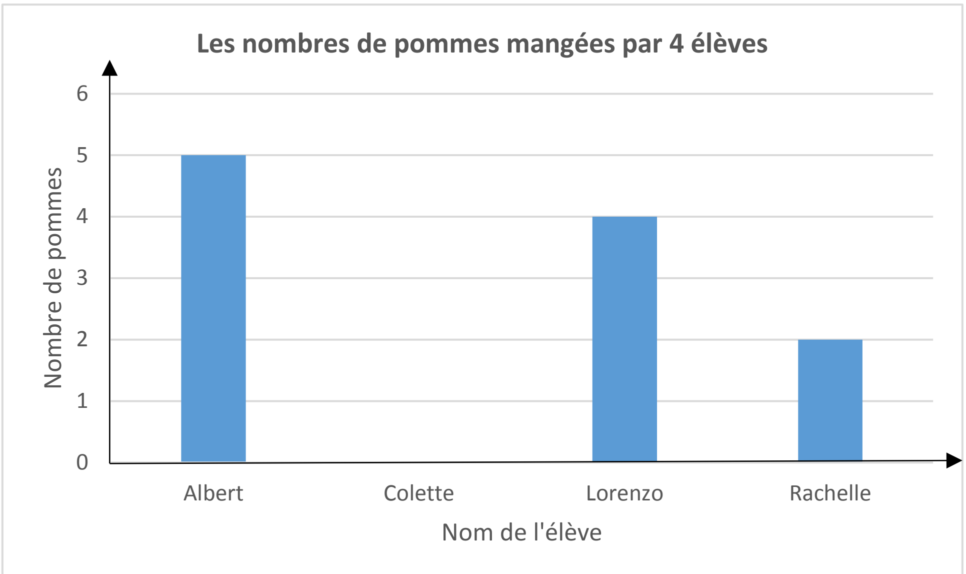
Je vois que chaque fois j'ajoute une table, je dois ajouter 2 chaises. Donc, autour de 5 tables assemblées, il y a 12 chaises, donc 12 amis.

Alors, à ma fête, 12 amis peuvent s'assoir autour de 5 tables associées assemblées.
Pour plus de situations–problèmes sur cette stratégie, vous pouvez vous référer au manuel *Chenelière mathématiques 4*, les pages de 10 à 17.

Il est important de mentionner que les élèves peuvent utiliser un matériel de manipulation, tel que des carreaux de couleur, des jetons, des cubes emboitables, etc. pour résoudre ce problème.

Exemple 2 :

Quatre élèves : Albert, Lorenzo, Rachelle et Colette, ont mangé 16 pommes lors d'une fête. Michel présente le nombre de pommes mangées par Albert, Lorenzo et Rachelle, et oublie celui de Colette dans le diagramme à bandes ci-après.



Combien de pommes Colette a-t-elle mangées?

Stratégie 1 : Faire un dessin (représentation imagée)

Le diagramme à bandes fournit les renseignements suivants :

- Albert a mangé 5 pommes. Je dessine 5 pommes.
- Lorenzo a mangé 4 pommes. Je dessine 4 pommes.
- Rachelle a mangé 2 pommes. Je dessine 2 pommes

Je vois qu'Albert, Lorenzo et Rachelle ont mangé 11 pommes. Il reste 16 – 11 = 5 pommes à Colette. Donc, Colette a mangé 5 pommes.

Stratégie 2 : Construire un tableau (représentation tabulaire)

Nombre de pommes mangées par 4 élèves	
Nom	**Nombre de pommes**
Albert	5
Colette	?
Lorenzo	4
Rachelle	2

Albert, Lorenzo et Rachelle ont mangé 11 pommes. Il reste 16 – 11 = 5 pommes à Colette. Donc, Colette a mangé 5 pommes.

Stratégie 3 : Utiliser les algorithmes d'addition et de soustraction (représentation symbolique)
L'élève peut passer de la représentation graphique à une représentation symbolique.
Albert, Lorenzo et Rachelle ont mangé : 5 + 4 + 2 = 11
Les trois ont mangé un total de 11 pommes.
Il reste à Colette 16 – 11 = 5

Donc, Colette a mangé 5 pommes.

Il est important de mentionner que les élèves peuvent utiliser un matériel de manipulation, tel que des carreaux de couleur, des jetons, des cubes emboitables, etc. pour résoudre ces problèmes.
Est-ce que les pratiques d'enseignement quotidiennes en salle de classe amènent les élèves à se limiter à la seule représentation symbolique d'une situation-problème? Afin d'aider les élèves à se débarrasser de cette idée fausse, il est essentiel de les inciter à utiliser différentes représentations afin d'acquérir une fluidité de passer d'une représentation à une autre et vice versa. Dans la plupart des cas, le défi que les élèves rencontrent réside dans le fait qu'ils ne sont pas capables d'établir des liens parmi les différentes représentations (contextuelle, concrète, littérale, imagée, symbolique et tabulaire) d'une situation-problème. Passer avec aisance et souplesse d'une représentation à une autre permet aux élèves d'acquérir une dextérité en résolution de problèmes.

Van de Walle et Lovin, dans leur ressource intitulée *L'enseignement des mathématiques, L'élève au centre de son apprentissage, Tome 2, 4–6,* proposent une approche de l'enseignement des mathématiques par l'entremise de la résolution de problèmes à trois grandes étapes : *avant*, *pendant* et *après.*

La ressource de base, *Chenelière mathématiques ProGuide, Planification et évaluation,* 2009 suggère la même approche. Pour plus de détails sur cette approche, veuillez consulter les pages 13 et 14 de ce ProGuide.

Note : Le manuel de l'élève *Chenelière mathématiques 3 et 4 Édition PONC*, comprend une liste de 8 stratégies de résolution de problèmes dans la leçon intitulée **Boite à outils** de chaque module. Dans le but de faciliter la tâche des élèves à appliquer ces stratégies, il est recommandé qu'ils suivent la démarche RIPSE suivante, basée sur le processus de résolution de problèmes mentionné dans chaque Boite à outils.

- Lire la situation-problème pour comprendre et ressortir les **renseignements** (R) par exemple, les mots clés, les nombres clés, etc. Pour y parvenir, les élèves ont besoin de lire plus qu'une fois la mise en situation du problème.
- Examiner ces renseignements pour identifier ceux qui sont **importants** (I).
- Cerner le **problème** (P) à résoudre.
- Choisir la **stratégie** (S) appropriée et présenter la solution.
- Fournir la réponse sous la forme d'un **énoncé** (E) incluant la valeur numérique et les unités si nécessaire.

Il y a 9 situations-problèmes dans l'Annexe E sur la démarche RIPSÉ.

Évaluer la résolution de problèmes
Il existe des grilles d'évaluation de la résolution de problèmes dans *Chenelière mathématiques 3 et 4, ProGuide*, Planification et évaluation et sur le site PLANS de l'Évaluation du rendement des élèves https://plans.ednet.ns.ca/annee4/documents sous l'onglet Documents, Mathématiques en 4^e^ année : Résolution de problèmes et communication (Grille de correction/Copie type).

Des stratégies de lecture aux stratégies mathématiques
Pour plus de renseignements sur ces stratégies, veuillez consulter l'Annexe B.

D. Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage de l'élève?

Les questions suivantes, ayant trait à la résolution de problèmes, pourraient représenter des exemples appropriés pour évaluer les apprentissages des élèves.

Il est important d'encourager les élèves à partager leurs stratégies et leurs solutions. Une riche discussion favorise le développement de nouvelles stratégies de résolution de problèmes.

Exemples :

Pour plus de renseignements sur la résolution de ces problèmes, vous pouvez vous référer à *l'Annexe F.*

1. Natasha a 4 t-shirts et 2 pairs de jeans.
Combien de tenues différentes Natasha peut-elle faire?
Montre ton raisonnement et explique ta stratégie.

Domaine mathématique : Statistique et probabilité (Analyse de données)
Niveau cognitif : Application
Stratégie : Faire un tableau, Faire un dessin

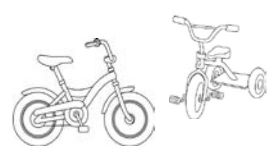
2. Michelle et Danielle commandent deux pizzas identiques.
La pizza de Michelle est coupée en quatre morceaux égaux et celle de Danielle en 6 morceaux égaux.
Laquelle des deux, Michelle ou Danielle, a eu le plus gros morceau de pizza?
Montre ton raisonnement et explique ta stratégie.

Domaine mathématique : Nombre
Niveau cognitif : Application
Stratégie : Utiliser un modèle, Faire un dessin

3. Pierre a 123 billes. Il donne quelques billes à son ami Paul. Il lui reste 86 billes.
Combien de billes, Pierre a-t-il données à Paul?
Montre ton raisonnement et explique ta stratégie.

Domaine mathématique : Nombre
Niveau cognitif : Application
Stratégie : Utiliser un modèle, faire un dessin

4. Sébastien et sa sœur ont des bicyclettes et des tricyclettes.
Ces bicyclettes et tricyclettes ont ensemble 21 roues.
S'ils ont 3 tricyclettes, alors combien de bicyclettes ont-ils?
Montre ton raisonnement et explique ta stratégie.



Domaine mathématique : Nombre
Niveau cognitif : Application
Stratégie : Utiliser un modèle, Faire un dessin

5. Monette a 23 pommes. Elle mange 3 pommes chaque jour.
Combien restera-t-il de pommes à Monette au bout de 7 jours?
Montre ton raisonnement et explique ta stratégie.

Domaine mathématique : Régularités et relations
Niveau cognitif : Analyse
Stratégie : Chercher une régularité, Faire un tableau, Utiliser un modèle

6. Les billes sont vendues dans des sacs de 10, 25 et 50.
Steven veut acheter 160 billes.
Trouve 5 combinaisons différentes de sacs que Steven peut acheter.
Montre comment tu as résolu le problème et explique ta stratégie.

Domaine mathématique : Régularités et relations
Niveau cognitif : Analyse
Stratégie : Dresser une liste ordonnée, Utiliser un modèle

7. Pour la fête de Jacques, sa mère veut recouvrir chaque table avec une bande de papier d'une longueur de 4 m.
Combien de tables pourra-t-elle recouvrir avec un rouleau de papier d'une longueur de 23 mètres?

Domaine mathématique : Nombre
Niveau cognitif : Analyse
Stratégie : Faire un tableau, Faire un dessin

8. Marie mesure 3 cm de plus que Norbert.
Norbert mesure 2 cm de plus que Jacqueline.
Quelle est la mesure Jacqueline si Marie mesure 126 cm?
Montre ton raisonnement et explique ta stratégie.

Domaine mathématique : Forme et espace (Mesure)
Niveau cognitif : Analyse
Stratégie : Faire un dessin, Travailler à rebours

9. Lucien avait des pièces de monnaie de 5 cents, 10 cents et 25 cents.
Il a acheté un roman usagé à 45 cents.
On ne lui a pas rendu de monnaie.
De combien de façons différentes a-t-il pu payer son roman?
Montre ton raisonnement et explique ta stratégie.

Domaine mathématique : Statistique et probabilité (Analyse de données)
Niveau cognitif : Analyse
Stratégie : Dresser une liste ordonnée, Utiliser un modèle

Mathématiques en 4e année – Leçon apprise 2
Le nombre

Il est important de reconnaitre que les nombres constituent un domaine fondamental dans l'étude de plusieurs autres domaines mathématiques. Les élèves devraient déployer plus d'efforts pour maitriser les opérations arithmétiques avec les nombres naturels et l'addition et la soustraction avec des nombres décimaux allant jusqu'aux centièmes. Il est essentiel que les élèves s'exercent à manipuler avec aisance et souplesse les différentes représentations – concrètes, imagées et symboliques – des nombres naturels et des fractions.

Les nombres et les opérations jouent un rôle important dans tous les domaines mathématiques. Pour comprendre et maitriser divers concepts mathématiques, les élèves doivent savoir manier adéquatement les nombres et les opérations. En plus de leur rôle dans les divers domaines mathématiques, ils sont aussi utilisés par tout le monde à tous les jours.

Les différentes représentations des nombres sont inter-reliées et sont essentielles à la compréhension conceptuelle de ce concept de base en mathématiques. Établir des liens entre ces différentes représentations (concrètes, imagées, littérales, symboliques et contextuelles) aide les élèves à faire des mathématiques de façon ayant du sens pour eux. Il faut encourager les élèves à faire des conversions entre les différentes représentations des nombres, représentation littérale, représentation concrète, représentation imagée et représentation symbolique. Beaucoup d'élèves pensent, à tort, qu'ils ne peuvent utiliser que la représentation symbolique pour répondre à une question donnée.

Les enseignants ont la responsabilité d'inciter les élèves à utiliser les différentes représentations des nombres en leur posant explicitement des questions telles que :

- De combien de façons peux-tu représenter 24 en utilisant un matériel concret, des mots, des dessins, des expressions numériques, du matériel de base dix et un tableau de valeur de position?
- Montre-moi une représentation du nombre 257 avec du matériel de base dix.
- Montre-moi une représentation du nombre 54 à l'aide de grilles de 10.
- Montre-moi une représentation imagée de la fraction $\frac{3}{8}$.
- Explique comment représenter la fraction $\frac{3}{4}$ à l'aide de blocs-formes.

A. Quelles conclusions peut-on tirer de l'évaluation de mathématiques en 4e année?

En général, le rendement de la plupart des élèves est très satisfaisant en ce qui concerne la représentation d'un nombre naturel en utilisant des pièces de monnaie, une droite numérique et des blocs de base dix, disposés selon un arrangement conventionnel (tablettes, réglettes puis cubes unités). Une fois les blocs mélangés, beaucoup d'élèves se perdent et ne savent pas quoi faire. Par contre, ils ont envisagé un grand défi avec la représentation d'un nombre naturel sous forme symbolique connaissant sa représentation littérale et vice versa. Au sujet des fractions, les élèves ont pu facilement associer une fraction à sa représentation imagée. Il est toutefois important de noter qu'ils ont trouvé difficile l'association d'une fraction à sa représentation concrète, ainsi qu'à la signification du numérateur et du dénominateur. Comparer des nombres naturels ou les placer en ordre croissant ou décroissant était un savoir procédural bien maitrisé par les élèves.

En ce qui concerne l'addition et la soustraction, il faut souligner que les élèves ont bien performé quand la situation ne nécessite pas d'échange. Au sujet de la multiplication, on a constaté que la représentation par une matrice n'est pas bien comprise, tandis que celle par groupements égaux est bien comprise. Les opérations numériques sous forme littérale ont causé des ennuis aux élèves en effectuant soit une addition, soit une soustraction.

B. Quelles sont les idées fausses ou les erreurs présentes dans le raisonnement des élèves?

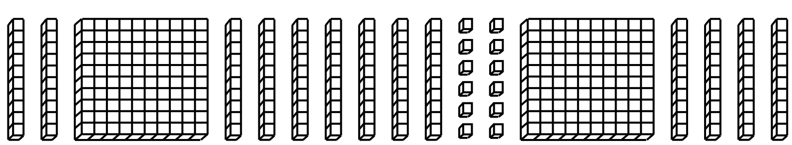
Il est important de faire la distinction entre une idée fausse et une erreur. Une idée fausse est, en effet, une conception erronée que l'élève transporte avec lui d'un module à un autre ou d'un niveau scolaire au suivant.

Une erreur se fait d'une façon involontaire et inconsciente. Elle est liée à la compétence, c'est-à-dire l'élève souffre d'une conception erronée, d'une méconnaissance ou d'une connaissance incomplète de la notion mathématique, c'est pour cela qu'il commet des erreurs. Plusieurs raisons sont à l'origine des erreurs commises en mathématiques. Il y a des erreurs systématiques causées par des idées fausses. Ces erreurs nécessitent une intervention directe de la part de l'enseignant. Aussi, il y a des erreurs fortuites – ou des fautes – dues à un manque d'attention ou à une distraction. L'élève a la possibilité d'en faire lui-même la correction lorsqu'on attire son attention sur elles.

Il est important de clarifier que l'erreur doit être considérée comme une étape normale de l'apprentissage dans un climat de confiance entre l'enseignant et l'élève. Parce qu'apprendre, c'est prendre le risque de se tromper, c'est oser expérimenter les stratégies acquises dans des situations que l'on rencontre, l'erreur est rarement le fruit du hasard. En effet, elle est induite par une certaine logique, f2015qui mérite d'être analysée. L'enfant qui commet une erreur produit quelque chose, donc l'erreur n'est pas « le rien ». L'analyse de l'erreur présente le double intérêt pour le personnel enseignant d'évaluer la pertinence de son enseignement et de repérer les besoins de chaque élève. Ce personnel construit ainsi les bases d'une pédagogie différenciée. L'analyse des erreurs est un point important dans le processus enseignement/apprentissage/évaluation.

La représentation de nombres naturels

Il est important de noter que beaucoup d'élèves ont une idée fausse de la représentation d'une multiplication à l'aide d'une matrice et du lien entre la multiplication et la division. Si la multiplication est l'addition répétée, alors la division sera la soustraction répétée comme elle l'est aussi l'inverse de la multiplication. Il faut toutefois mentionner que les élèves pensent, à tort, que le produit de deux nombres est toujours plus grand que leur somme. Un contre-exemple comme celui-ci $4 \times 1 = 4$ peut faire rectifier cette fausse idée. On a constaté qu'il y a des élèves qui interprètent de façon erronée la représentation d'un numéral par des blocs de base dix. Voici un exemple :



Ces élèves voient cet arrangement de blocs de base dix comme étant la représentation du numéral 21312. Cet exemple nous montre que les élèves comptent les blocs : 2 planchettes, 13 réglettes et 12 cubes-unités. Cette idée fausse est due au fait que l'élève n'a pas été capable de comprendre que la planchette représente une centaine, la réglette une dizaine et le cube-unité une unité.

Il est important de signaler que des élèves ont une idée fausse des équations d'addition ou de soustraction. Celles-ci, avec leur terme manquant, laissent les élèves perplexes. Il leur arrive de comprendre que $2 + \square = 7$ comme $2 + 7 = \square$.

Addition et soustraction

Au premier abord, il faut mentionner que lorsque les élèves effectuent une soustraction comme celle-ci (240 – 126), ils omettent, à tort, la notion d'échange d'une dizaine en 10 unités ou d'une centaine en 10 dizaines. Il y a des élèves qui soustraient, de façon erronée, le petit chiffre du grand chiffre quelle que soit la position de ce chiffre dans le grand nombre ou le petit nombre. Cette idée fausse mène les élèves à commettre des erreurs en effectuant des additions ou des soustractions comme le montrent les deux exemples suivants :

$$\begin{array}{r} 509 \\ -\,\underline{389} \\ \mathbf{280} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 431 \\ -\,\underline{252} \\ \mathbf{221} \end{array}$$

Une autre idée fausse consiste à ce que des élèves ne tiennent pas compte du regroupement ou d'échange lorsqu'ils additionnent deux nombres comme le montrent les deux exemples suivants :

$$\begin{array}{r} 145 \\ +\,\underline{247} \\ 38\mathbf{12} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 145 \\ +\,\underline{328} \\ 4\mathbf{6}3 \end{array}$$

Lorsque les deux nombres à additionner ou à soustraire sont placés horizontalement, quelques élèves effectuent le calcul incorrectement parce qu'ils alignent mal les chiffres en recourant à l'algorithme traditionnel.

Pour effectuer 423 – 32, l'élève passe à l'algorithme traditionnel 423 et aligne incorrectement les chiffres.

$$\begin{array}{r} 423 \\ -\,\underline{33\;\,} \\ 113 \end{array}$$

En ce qui concerne la soustraction, une idée fausse réside dans le fait que des élèves soustraient toujours le petit chiffre du grand chiffre sans tenir compte de la position de ce petit chiffre dans le nombre.
Ci-après, deux exemples qui mettent en évidence cette idée fausse.

$$\begin{array}{rl} 451 & \text{(diminuende)} \\ \underline{-\,231} & \text{(diminuteur)} \\ 220 & \text{(différence)} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rl} 5\mathbf{0}9 & \text{(diminuende)} \\ \underline{-\,3\mathbf{8}9} & \text{(diminuteur)} \\ 2\mathbf{8}0 & \text{(différence)} \end{array}$$

La soustraction 451 – 231 = 220 ne présente pas de difficulté à l'élève parce qu'il sait soustraire correctement le petit chiffre du grand chiffre. En revanche, la soustraction 509 – 389 = 280, plutôt que 120, présente un défi à l'élève parce qu'il essaie d'appliquer la même méthode que précédemment. Il soustrait le petit chiffre 0 de 8 et le petit chiffre 3 de 5 sans tenir compte de la position de ces chiffres dans les 2 nombres.

Certains élèves alignent mal les chiffres des deux nombres et effectuent incorrectement le calcul. Une des stratégies proposées pour faire face à cette idée fausse consiste à ce que les élèves utilisent du papier quadrillé ou ligné afin d'aligner les chiffres et de se concentrer sur la valeur de position des chiffres à additionner ou à soustraire. Une autre façon de rectifier ces erreurs ou ces idées fausses consiste à se pencher sur l'élaboration de stratégies personnelles et d'algorithmes qui ont tendance à mettre l'accent sur la signification du nombre, plutôt que sur les chiffres.

Multiplication et division
Il est important pour les élèves de comprendre les sens de la multiplication et pourquoi ces sens sont équivalents. Est-ce que l'addition répétée ressemble-t-elle à des groupes égaux ou à des sauts identiques sur une droite numérique? Est-ce que les groupes équivalents ressemblent-ils à des matrices (arrangements rectangulaires)?

De plus, les élèves doivent comprendre les sens de la division et pourquoi ces sens sont équivalents. En quoi le partage égal ressemble-t-il au groupement équivalent? En quoi le groupement équivalent ressemble-t-il à la soustraction répétée? En quoi une matrice ressemble-t-elle au partage égal? Il est essentiel que les élèves comprennent comment mettre en relation la multiplication et la division.

Certains élèves ont une idée fausse quand ils généralisent à tort que le produit de deux nombres est toujours plus grand que leur somme. Ces élèves se sentent perplexes par des énoncés de multiplication tels que $8 \times 1 \times 0$ (le produit = 0 et la somme = 9) et $2 \times 2 = 4$ (le produit = 4 et la somme = 4).
Certains élèves inversent le dividende et le diviseur quand ils écrivent un énoncé de division. Par exemple, pour trouver le nombre de groupes de 4 cubes dans un ensemble de 12 cubes, ils écrivent $3 \div 12$ plutôt que $12 \div 3$. Cette erreur est due au fait qu'on enseigne aux élèves à écrire la division en mettant le 4 à gauche du 12. Les élèves doivent être familiarisés avec les deux formes symboliques suivantes de la division :

$$12 \div 4 \qquad \text{et} \qquad 4\overline{)12}$$

L'examen des résultats des élèves de l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2016–2017 : mathématiques en 4^e^ année*, révèle que :

- 52 % des élèves n'ont pas su arrondir un nombre à trois chiffres à la centaine la plus proche.
- 53 % des élèves ont commis une erreur lors de la détermination d'une matrice étant donné le nombre de rangées et de colonnes.
- 55 % des élèves ont commis une erreur en estimant à la centaine la plus proche des nombres à deux et à trois chiffres lors de la résolution d'un problème contextuel.
- 56 % des élèves n'ont pas su associer une multiplication à sa représentation matricielle.
- 61 % des élèves ont eu de la difficulté à associer la représentation littérale d'un nombre à sa représentation symbolique.
- 61 % des élèves n'ont pas réussi à soustraire correctement deux nombres à trois chiffres dont le plus grand a le zéro comme chiffre de dizaines.

C. Quelles sont les prochaines étapes pour l'enseignement de la classe ou des élèves individuels?

Addition et soustraction

Les élèves ont besoin de comprendre que l'addition et la soustraction sont deux opérations reliées. L'addition est l'opération fondamentale. La soustraction est l'opération opposée de l'addition. C'est pourquoi ces deux opérations doivent être abordées conjointement comme l'indiquent les exemples suivants?

6 + 5 = 11, donc 5 + 6 = 11	11 – 5 = 6, donc 11 – 6 = 5
11 = 6 + 5, donc 11 = 5 + 6	6 = 11 – 5, donc 5 = 11 – 6

Les problèmes d'addition et de soustraction peuvent être classés en fonction des types de relations qu'ils représentent. Il est important que tous les problèmes contextuels, comportant une addition ou une soustraction, soient développés par les élèves à partir des situations authentiques ayant trait à leur vécu. Dans les classes antérieures, les élèves ont déjà abordé des problèmes contextuels de **combinaison** (une situation active d'addition) et de **partie-partie-tout** (une situation statique d'addition où il n'y a pas aucune action). Aussi, ils ont abordé des problèmes contextuels de **retranchement** ou de **séparation** (une situation active de soustraction) et de **comparaison** (une situation statique de soustraction). Pour plus de détails sur l'addition et la soustraction, veuillez consulter *PRIME, Sens des nombres et des opérations, Connaissances et stratégies,* Marian Small, pp. 41 à 46.

Estimation

Les élèves ont fait face à un sérieux défi lors de l'application des stratégies d'estimation. Il parait qu'ils étaient capables d'arrondir un nombre isolé, mais ils ont eu de la difficulté à faire des estimations en arrondissant des nombres en contexte d'addition et de soustraction. Donc, en premier lieu, il est important d'amener les élèves au cours de l'enseignement à comprendre la façon d'estimer des sommes et des différences parce que l'estimation leur permet de prédire les réponses, de vérifier leurs calculs et de se demander si leur réponse est vraisemblable. Il est essentiel de souligner que l'estimation des sommes et des différences dépend de plusieurs facteurs dont le contexte, les nombres et les opérations à effectuer, et les aptitudes de l'estimateur. Il ne faut pas associer l'estimation à l'arrondissement d'un nombre à la dizaine ou à la centaine la plus proche, mais aussi l'arrondissement d'un nombre à d'autres nombres repères, comme les multiples de 5 afin d'avoir des nombres compatibles faciles à additionner ou à soustraire. Pour plus de détails sur l'estimation des sommes et des différences, veuillez consulter *PRIME, Sens des nombres et des opérations, s et stratégies,* Marian Small, pp. 69 et 70.

Multiplication et division

La multiplication est un nouveau concept introduit en 3e année. Lors de l'introduction de ce concept, les élèves devraient explorer et comprendre les sens de la multiplication par l'entremise des situations d'apprentissage contextuelles ayant trait à leur vie quotidienne. Ils devraient être incités à représenter la multiplication à l'aide d'une addition répétée, de sauts sur une droite numérique, d'un matériel concret, d'un ensemble de groupes égaux et d'une matrice. Une fois les élèves ont acquis le sens et le vocabulaire de la multiplication (par exemple : fois, facteurs et produit), ils doivent être initiés à la rédaction des problèmes contextuels évoquant des situations réelles de multiplication ou basés sur différentes représentations de la multiplication. Les exemples suivants illustrent les sens de la multiplication :

Exemples : la multiplication 3×4

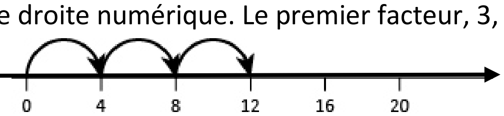
Addition répétée : Le premier facteur, 3, exprime combien de fois il faut additionner le deuxième facteur 4.

$$3 \times 4 = 4 + 4 + 4$$

$$3 \times 4 = 12$$

Sauts sur une droite numérique : La multiplication 3×4 peut être représentée par 3 sauts de 4 unités sur une droite numérique. Le premier facteur, 3, exprime le nombre de sauts de 4 unités à faire.

1.
2.



Cette représentation est une autre façon de montrer l'addition répétée, 4 + 4 + 4, donc la multiplication 3×4.

Groupes égaux : 3×4 est le nombre total d'objets dans 3 groupes ou ensembles de 4 objets. Le premier facteur, 3, exprime le nombre de groupes et le deuxième facteur, 4, le nombre d'objets de chaque groupe.

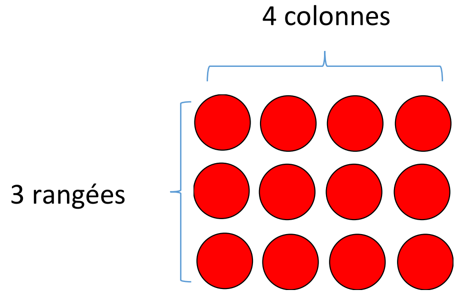
4 + 4 + 4 = 12, donc $3 \times 4 = 12$

Cet exemple montre l'addition répétée et des groupes égaux.

Matrice : Une matrice est un arrangement rectangulaire d'objets organisés en rangées égales.

Le premier facteur de la multiplication exprime le nombre de rangées de la matrice et le deuxième facteur exprime le nombre d'objets de chaque rangée (c'est aussi le nombre de colonnes de la matrice).

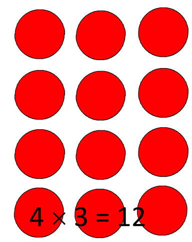
Voici une matrice qui représente la multiplication 3 × 4. Cette matrice, de 3 rangées et 4 colonnes, compte 12 jetons au total.



3 × 4 = 12

Le premier facteur, 3, exprime le nombre de rangées de la matrice.
Le deuxième facteur, 4, exprime le nombre de jetons dans chaque rangée ou le nombre de colonnes de la matrice.

Remarque : La matrice précédente, 3 × 4, est une matrice de 3 rangées de 4 colonnes. Elle compte 12 jetons et représente la multiplication 3 × 4 = 12
La matrice ci-contre, de 4 rangées de 3 colonnes, est une matrice 4 × 3. Elle compte 12 jetons et représente la multiplication 4 × 3 = 12.

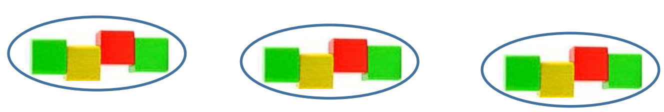


On pourrait dire que si l'on multiplie deux nombres, on peut changer l'ordre des nombres sans modifier le produit. On dit que la multiplication est commutative.
Donc, 3 × 4 = 4 × 3 = 12
Les élèves pensent à tort que si 3 × 4 = 4 × 3, alors les deux matrices seront égales. Ce n'est pas le cas parce qu'une matrice est définie par son nombre de rangées et son nombre de colonnes (nombre d'objets dans une rangée). Une matrice 3 × 4 n'est pas égale à une matrice 4 × 3 malgré que ces deux produits soient égaux. Autrement dit, l'égalité des deux produits n'entraine pas l'égalité de leurs matrices représentatives.
Il est essentiel de souligner que toutes les situations de multiplication peuvent être perçues comme des situations de division, et vice versa. Une fois les élèves ont compris les sens de la multiplication, ils seront capables d'acquérir les sens de la division comme partage égal, groupes égaux et soustraction répétée.

Exemples :
La division comme un partage égal : 12 ÷ 4 = 3 signifie que si 12 objets sont partagés **également** entre 4 personnes, chaque personne en reçoit 3.

12 ÷ 4 = 3

La division comme groupes égaux : 12 ÷ 4, soit 3. C'est le nombre de groupes égaux de 4 objets qu'on peut former avec les 12 objets.



12 ÷ 4 = 3

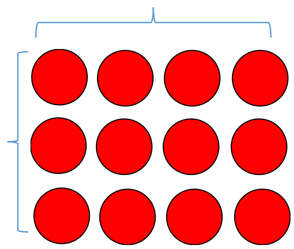
La division comme soustraction répétée : 12 ÷ 4, soit 3. C'est le nombre de fois qu'on doit soustraire 4 pour arriver à zéro (le reste de la division doit être zéro).

12 – 4 – 4 – 4 = 0

Les élèves devraient être familiarisés avec la notion de « famille d'opérations » concernant la multiplication et la division. La famille d'opérations de 3, 4 et 12 est un ensemble de quatre énoncés numériques qui décrivent une même situation et qui mettent en relation la multiplication et la division.

4 colonnes

3 rangées

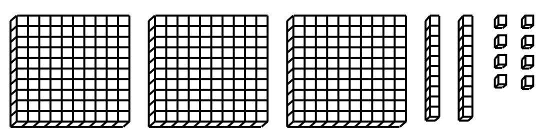


Cette matrice représente la multiplication 3×4.
La famille d'opérations est la suivante :
$3 \times 4 = 12$, 3 rangées de 4 jetons font 12 jetons.
$4 \times 3 = 12$, 4 colonnes de 3 jetons font 12 jetons.
$12 \div 4 = 3$, 12 jetons placés en 4 colonnes font 3 rangées.
$12 \div 3 = 4$, 12 jetons placés en 3 rangées font 4 colonnes.

Cet exemple montre qu'on peut multiplier des nombres dans n'importe quel ordre. Toutefois, dans la division, l'ordre des nombres a de l'importance.

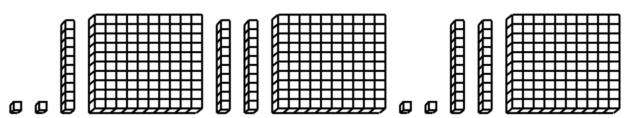
- Fournir aux élèves des occasions d'apprentissage qui favorisent l'utilisation d'un matériel concret pour représenter un nombre naturel ou une fraction (matériel de base dix, blocs-formes, grilles numériques, réglettes Cuisenaire, cercles fractionnaires, pizzas fractionnaires, etc.), puis passer à la représentation imagée (droite numérique, tableau de valeur de position, etc.) et finalement aboutir au mode symbolique.
- Encourager les élèves à discuter de différentes représentations d'un nombre naturel à l'aide des blocs de base dix ayant différentes configurations. Les élèves doivent être exposés à une variété d'expériences d'apprentissage afin de bien maitriser cette représentation. À titre d'exemple, il est extrêmement important de fournir aux élèves des activités d'apprentissage qui leur permettent de représenter des nombres à l'aide des blocs de base dix ayant différentes configurations.
  Exemples :

Configuration conventionnelle (Nombre 328)



Légende
représente 1

Configuration non conventionnelle (Nombre 354)



Légende
représente 1

- Encourager les élèves à établir des liens entre les nombres et les fractions avec des situations de la vie de tous les jours. Il est essentiel d'encourager les élèves à discuter de différentes représentations d'une fraction.
- Mettre à la disposition des élèves des livres de lecture qui traitent des contextes ayant trait aux nombres et aux opérations.
- Utiliser des outils technologiques pour faciliter l'apprentissage des mathématiques aux élèves visuels.
- Adopter des stratégies de différenciation (par exemples : les questions ouvertes, les tâches parallèles, les centres d'apprentissage, etc.) pour répondre aux besoins de tous les élèves.
- Diagnostiquer les connaissances antérieures des élèves afin d'adapter les stratégies susmentionnées aux besoins des apprentissages.
- Procéder continuellement à des évaluations au service de l'apprentissage pour accompagner chaque élève dans le cheminement de ses apprentissages.

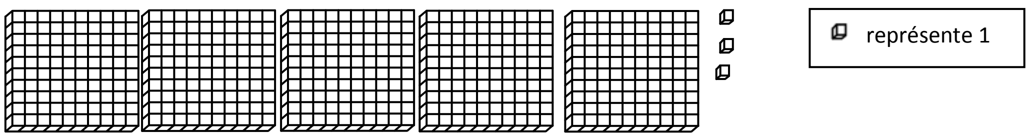
D. Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage de l'élève?

Les questions suivantes, ayant trait au domaine mathématique des nombres, pourraient représenter des exemples appropriés pour évaluer les apprentissages des élèves.

Il est important d'encourager les élèves à partager leurs stratégies et leurs solutions. Une riche discussion favorise le développement de nouvelles stratégies de résolution de problèmes.

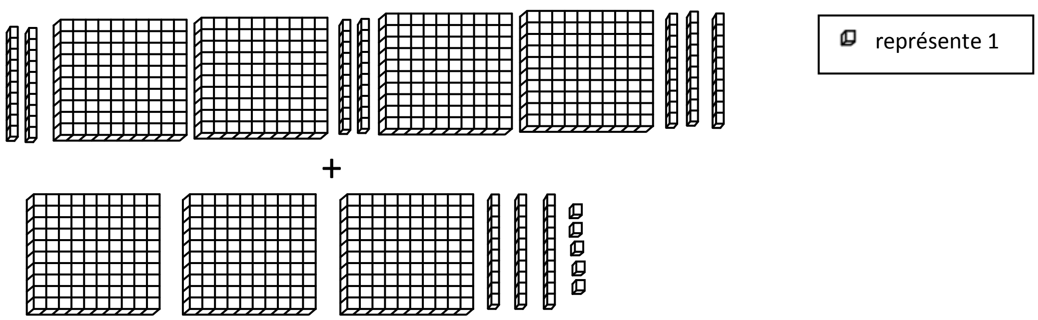
Exemples :

1. Quel nombre est représenté par cet ensemble de blocs de base dix?



- ○ quatre-cent-treize
- ○ quarante dizaines, treize unités
- ○ quatre centaines, dix dizaines, trois unités
- ○ cinquante-trois

2. Quelle addition est représentée par cet ensemble de blocs de base dix?



- ○ 407 + 315 = 722
- ○ 470 + 305 = 775
- ○ 470 + 315 = 715
- ○ 470 + 335 = 805

3. Choisis la bonne réponse pour l'addition suivante : 363 + 25

- ○ 338
- ○ 388
- ○ 613
- ○ 5 113

4. Choisis la bonne réponse pour la soustraction suivante : 521 – 246.

○ 275
○ 285
○ 325
○ 767

5. Quarante-deux élèves sont au gymnase de l’école.
Vingt-six élèves sont des filles.
Combien d’élèves sont-ils des garçons?

Choisis la bonne équation qui permet de déterminer le nombre de garçons ☐ au gymnase.

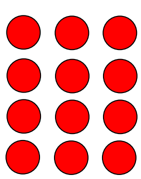
<table>
<tr><td>26</td><td></td><td>☐</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">42</td></tr>
</table>

○ 42 = 26 + ☐
○ 26 + 42 = ☐
○ ☐ – 26 = 42
○ 26 – ☐ = 42

6. Le nombre 605 est égal à :

○ 5 centaines, 15 dizaines et 5 unités
○ 4 centaines, 10 dizaines et 15 unités
○ 5 centaines, 10 dizaines et 5 unités
○ 6 centaines, 1 dizaine et 5 unités

7. Quelle multiplication est représentée par la matrice suivante :

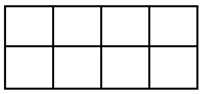


○ 1 x 12
○ 12 x 1
○ 4 x 12
○ 4 x 3

8. Quel nombre est égal à soixante-onze dizaines?

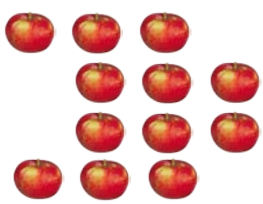
○ 71
○ 701
○ 710
○ 6 011

9. Quelle multiplication est représentée par cette matrice?



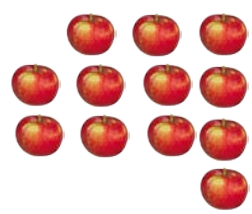
○ 1×8
○ 2×4
○ 2×8
○ 4×2

10. Observe ces arrangements de pommes.
Quel arrangement représente la multiplication 4×3?

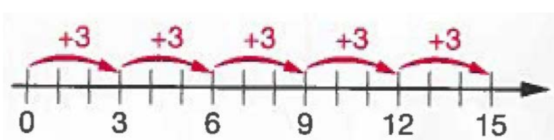
○ 

○ 

○ 

○ 

11. Observe la droite numérique suivante :



Quelle opération est représentée par cette droite numérique?

○ 3×5
○ 5×3
○ $15 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$
○ 15×3

12. Quel énoncé **n'est pas vrai** au sujet de la matrice suivante :

- ○ La matrice a 2 rangées et 4 colonnes.
- ○ La matrice représente la multiplication $4 \times 2 = 8$.
- ○ La matrice représente l'addition $4 + 4 = 8$
- ○ La matrice représente la multiplication $2 \times 4 = 8$.

13. Une pomme est coupée en morceaux égaux.
Choisis la fraction qui pourrait représenter le plus petit morceau de pomme.

- ○ $\frac{1}{6}$
- ○ $\frac{1}{4}$
- ○ $\frac{1}{3}$
- ○ $\frac{1}{2}$

14. Raymond a fait les achats suivants :
- Grille-pain : 89 $
- Téléviseur : 319 $
- Ordinateur : 475 $

Estime le montant total d'argent payé par Raymond en arrondissant le prix de chaque article à la centaine la plus proche.

- ○ 400 $
- ○ 600 $
- ○ 800 $
- ○ 900 $

15. Emma a 12 tomates.
Emma répartit également ses tomates dans 3 boites.

Choisis la bonne égalité qui aide à déterminer le nombre de tomates dans chaque boite.

- ○ $12 + 3 = 15$
- ○ $12 - 3 = 9$
- ○ $12 \times 3 = 36$
- ○ $12 \div 3 = 4$

16. Luc a 72 billes. Norbert a 29 billes.
Environ, combien de billes Luc a-t-il de plus que Norbert?

Choisis la meilleure estimation.

- ○ 100 billes
- ○ 90 billes
- ○ 40 billes
- ○ 30 billes

17. Cinq filles partagent également 15 bracelets.

Combien de bracelets chaque fille prend-elle?

- ○ 3 bracelets
- ○ 5 bracelets
- ○ 15 bracelets
- ○ 20 bracelets

Mathématiques en 4e année – Leçon apprise 3
Les régularités et les relations

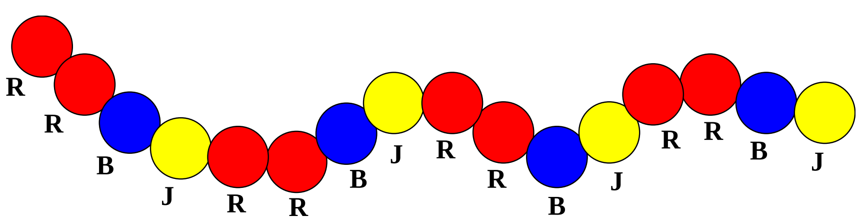
En mathématiques, les élèves observent des régularités répétitives, des régularités croissantes et des régularités décroissantes. « Dans la mesure du possible, les activités portant sur les régularités devraient faire appel à du matériel de manipulation, tout particulièrement entre la maternelle et la troisième année. » (*L'enseignement des mathématiques, L'élève au centre de son apprentissage*, M–3, Van de Walle et Lovin, 2006). Pour travailler avec les régularités et les relations, tout élève doit connaitre deux principes fondamentaux : toute régularité a un point de départ et chaque terme a une valeur numérique. Pour énoncer la règle d'une régularité ou pour décrire une régularité croissante ou décroissante, les élèves oublient souvent le point de départ. Il faut inciter les élèves à fournir toute information au sujet d'une régularité donnée, en particulier ses différentes représentations contextuelle, imagée, symbolique, littérale et tabulaire.

Les régularités sont la fondation de plusieurs concepts mathématiques. Elles sont intégrées aux autres domaines mathématiques (nombres, mesure, géométrie et analyse de données) aussi bien qu'à d'autres disciplines, telles que les sciences naturelles, les sciences sociales, l'éducation physique, la musique et le français. Il importe que les enseignants aient une connaissance approfondie des concepts sous-jacents aux domaines des régularités, afin de bien les aborder dans des contextes ayant du sens pour les élèves. Il est essentiel de fournir aux élèves des occasions d'apprentissage qui leur permettent d'explorer et de créer des régularités pour, ensuite, les décrire et les prolonger. En d'autres termes, le travail sur les régularités doit nécessairement conduire au raisonnement algébrique qui permet de représenter des relations mathématiques, d'expliquer des relations entre les quantités et d'analyser des variations.

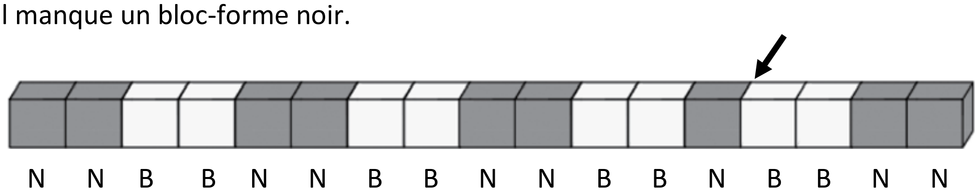
A. Quelles conclusions peut-on tirer de l'évaluation de mathématiques en 4e année?

En ce qui concerne les régularités répétitives, les élèves étaient bien capables de reconnaitre la partie répétitive, de prolonger et de repérer une erreur commise dans un terme comme l'indique les exemples suivants :

Exemple 1 :
La partie répétitive de la régularité de ce collier de perles est rouge (R), rouge (R), bleu (B), jaune (J).

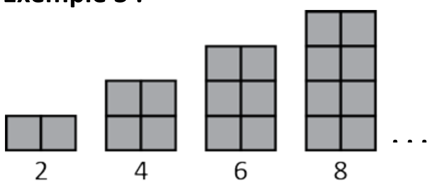


Exemple 2 :
Dans la régularité de ces blocs-formes, la partie répétitive est noir (N), noir (N), blanc (B), blanc (B).
Il manque un bloc-forme noir.

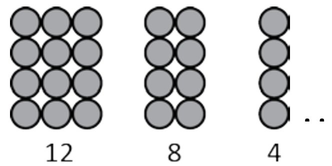


En ce qui a trait aux questions relatives aux régularités numériques croissantes, les élèves ont facilement déterminé la règle d'une régularité donnée et les termes manquants que ces questions soient du niveau de connaissance ou du niveau d'application. Il est important de mentionner que les élèves ont eu de la difficulté à décrire une régularité de figures comme une régularité numérique. Ils étaient incapables d'associer une telle régularité à une régularité numérique équivalente. Ils doivent comprendre que chaque terme d'une régularité de figures, croissante ou décroissante, a une valeur numérique qui est le nombre d'éléments constituant la figure.

Exemple 3 :



Régularité croissante de figures



Régularité décroissante de figures

En ce qui concerne la détermination d'un terme inconnu dans une équation d'addition ou de soustraction, le rendement des élèves était très satisfaisant. Toutefois, il faut signaler que les élèves ont eu de la difficulté à associer une équation simple à une situation contextuelle et vice versa.

B. Quelles sont les idées fausses ou les erreurs présentes dans le raisonnement des élèves?

Une idée fausse concernant les régularités réside dans le fait que des élèves voient qu'une régularité définie par quelques termes est limitée à ces termes. Ils sont incapables de comprendre que la régularité va au-delà de ces termes.

Des élèves croient fautivement que la précision dans l'énoncé de la règle d'une régularité n'a pas d'importance. Par exemple, pour la régularité numérique 60, 55, 50, 45, …, un élève décrira la règle ainsi : « soustraire 5 » plutôt que de dire « à partir de 60, soustraire 5 chaque fois ». Il est essentiel que l'élève sache que la règle de toute régularité a un point de départ et que la règle doit être claire et complète.

Une autre constatation d'une idée fausse consiste dans le prolongement incorrect d'une régularité. Un certain nombre d'élèves ne peuvent pas reconnaitre comment chaque terme de la régularité diffère de celui qui le précède et de celui qui le suit. Par exemple, pour la régularité numérique 3, 5, 8, 12, 17, …, l'élève décrira la règle ainsi : « additionner 2 chaque fois » plutôt que de dire « à partir de 3, additionner 2, puis 3, puis 4, additionner chaque fois 1 de plus que la fois précédente ».

L'examen des résultats des élèves de l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2016–2017 : mathématiques en 4^e^ année*, révèle que :

- 47 % des élèves ont éprouvé de la difficulté à déterminer le 23e élément d'une régularité répétitive donnée.
- 56 % des élèves ont commis une erreur lors de la détermination d'un terme manquant d'une régularité numérique croissante donnée.

C. Quelles sont les prochaines étapes pour l’enseignement de la classe ou des élèves individuels?

Les régularités sont de puissantes idées mathématiques qui ont servi à résoudre plusieurs problèmes du monde réel. Une régularité pourrait être présentée sous forme d’énoncé littéral, sous forme d’une suite numérique ou sous forme d’une suite de figures. Si les élèves sont aptes à convertir correctement et aisément des régularités d’une représentation à une autre, on pourrait dire qu’ils ont compris ce concept. Bien que les élèves, au cours des années précédentes, aient eu plusieurs occasions de travailler avec des régularités, l’analyse des résultats de l’évaluation indique qu’il y a un certain nombre d’élèves qui devraient bien comprendre ce concept qui est la fondation du raisonnement algébrique. Pour y parvenir, les enseignants doivent fournir aux élèves une variété d’expériences d’apprentissage axées sur des contextes qui favorisent l’utilisation d’un matériel de manipulation, la communication et la résolution de problèmes.

« Un enseignant conscient de la façon dont ses élèves approfondissent leur compréhension des régularités et de l’algèbre, d’une tranche d’années d’études à l’autre, aura plus de facilité à différencier son enseignement de ce domaine mathématique. » (*Bonnes questions*, *L’enseignement différencié des mathématiques,* Marian Small, 2014).

Il faut offrir aux élèves, qui ont de la difficulté à reconnaitre la règle d’une régularité donnée, des occasions de travailler sur ce type de régularité à l’aide de matériel de manipulation (par exemples : jetons, cubes emboitables, blocs-formes, perles, boutons, …) et d’illustrations avant de les faire travailler avec des nombres. Il est important d’outiller l’élève du vocabulaire mathématique approprié pour décrire une régularité donnée (par exemple : terme répétitif, terme, élément, terme manquant, prochain terme, croissant, décroissant …). Inciter les élèves à utiliser les nombres ordinaux pour localiser un terme quelconque d’une régularité.

Les régularités répétitives

L’exemple ci-après permet de faire la distinction entre un terme et un élément

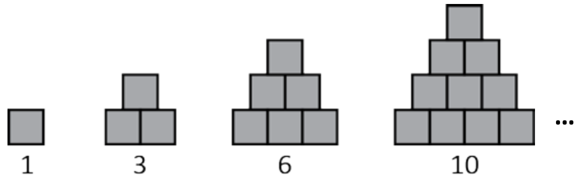
Le terme répétitif de cette régularité de figures est formé de trois éléments qui sont cercle, carré, triangle.
Le 11^{e} élément de cette régularité est un carré qui appartient au 4^{e} terme.

Les régularités numériques croissantes

Les élèves devraient être en mesure de décrire une régularité croissante donnée. Ils devraient comprendre que les termes de cette régularité augmentent d’une façon prévisible. En d’autres termes, ils augmentent par la même quantité ou par une quantité croissante chaque fois. L’utilisation d’un matériel de manipulation aide à visualiser ce type de régularités et permet de voir concrètement la règle de chaque régularité créée. Inciter les élèves à énoncer la règle de la régularité avec précision, en employant la bonne terminologie. De plus, l’énoncé précis de la règle d’une régularité permet de déterminer les termes manquants ou les termes subséquents de cette régularité. La règle est une description sans équivoque de la régularité.

Exemple :

Combien de petits carrés y a-t-il dans le 6^{e} terme de la régularité suivante :



La règle de la régularité : commencer par 1 carré et ajouter 2 carrés, puis 3 carrés, puis 4 carrés, …

Selon cette règle, il faut ajouter 5 carrés au 4^{e} terme pour obtenir le 5^{e} terme (formé de 15 carrés), puis ajouter 6 carrés au 5^{e} terme pour obtenir le 6^{e} terme. Donc, il y a 15 + 6 = 21 carrés dans le 6^{e} terme.
Cet exemple montre qu'une fois la règle est déterminée, l'élève sera capable de prolonger la régularité et de trouver le nombre d'éléments (de carrés) dans un terme (le 6^{e} terme).

Il est recommandé d'offrir aux élèves des occasions d'apprentissage qui leur permettent de comparer des régularités numériques croissantes, de discuter de leurs ressemblances et de leurs différences. Lors de la comparaison de ces régularités, les élèves devraient comparer les points de départ et la façon dont chaque terme augmente. Par exemple, pour aborder cette comparaison, l'enseignant devrait demander aux élèves de se servir de quatre grilles de 100 et de colorier les cases de chaque grille en comptant à partir de 0 par des sauts de 2 sur une grille, des sauts de 5 sur une grille, des sauts de 10 sur une grille et des sauts de 25 sur une grille. Ensuite, discuter en plénière de la règle de la régularité observée sur chaque grille, en comparant les points de départ et le nombre constant additionné chaque fois.

Les élèves devraient être en mesure de créer une variété de représentations d'une régularité croissante définie par une règle donnée. Tout d'abord, les élèves devraient commencer à créer des régularités concrètes, puis des régularités imagées, ensuite des régularités symboliques. Certains élèves peuvent créer des régularités simples, tandis que d'autres peuvent créer des régularités plus complexes.

Les élèves devraient être en mesure de créer des régularités croissantes concrètes, imagées et symboliques. Ils devraient être capables de décrire la règle employée pour créer ces régularités. Lors de la création des régularités croissantes, les élèves ont besoin de commencer à choisir un point de départ, puis de décider du nombre à additionner. Ce nombre peut être constant ou croissant. Les élèves devraient décrire clairement leurs régularités en expliquant comment elles changent d'un terme au suivant. Inciter les élèves à partager leurs régularités et les stratégies utilisées pour les créer.

Il est essentiel d'offrir aux élèves des expériences d'apprentissage qui évoquent l'utilisation des régularités croissantes pour résoudre des problèmes contextuels ayant trait à leur vécu. Ils devraient utiliser un matériel concret ou des dessins (par exemples : jetons, cubes emboitables, droite numérique, grille de 100, …) pour représenter le problème avant de déterminer la règle de la régularité. De plus, ils devraient affiner leurs stratégies de détermination du terme manquant dans une régularité donnée. Pour y parvenir, ils devraient examiner le terme qui le précède et celui qui le suit, utiliser la règle de la régularité ou compter par sauts.

Les régularités numériques décroissantes
En 3^{e} année, les élèves sont initiés à un nouveau type de régularités, les régularités décroissantes. Les élèves devraient être en mesure de décrire une régularité décroissante et comprendre qu'une telle régularité requiert une soustraction répétée d'un nombre constant chaque fois (régularités à décroissance constante) ou d'un nombre qui change de façon constante chaque fois.

Exemples :

- 26, 22, 18, 14, … est une régularité décroissante définie par la règle : « À partir de 26, soustraire 4 chaque fois ».
- 30, 28, 24, 18, … est une régularité décroissante définie par la règle : « À partir de 30, soustraire 2, puis 4, puis 6… ».

L'utilisation d'un matériel de manipulation aide à visualiser ce type de régularités et permet de voir concrètement la règle de chaque régularité créée. Inciter les élèves à énoncer la règle de la régularité avec précision, en employant la bonne terminologie. De plus, l'énoncé précis de la règle d'une régularité permet de déterminer les termes manquants ou les termes subséquents de cette régularité. La règle est une description sans équivoque de la régularité.

Il est essentiel que les élèves comprennent que la règle d'une régularité est une description sans équivoque de cette régularité. L'énoncé de la règle d'une régularité décroissante doit inclure le terme de départ et une description de la façon dont chaque terme décroit ou diminue.

Il est recommandé d'offrir aux élèves des occasions d'apprentissage qui leur permettent de comparer des régularités numériques décroissantes, de discuter de leurs ressemblances et de leurs différences. Lors de la comparaison de ces régularités, les élèves devraient comparer les points de départ et la façon dont chaque terme diminue. Par exemple, pour aborder cette comparaison, l'enseignant devrait demander aux élèves de se servir de quatre grilles de 100 et de colorier les cases de chaque grille en décomptant à partir de 100 par des sauts de 2 sur une grille, des sauts de 5 sur une grille, des sauts de 10 sur une grille et des sauts de 25 sur une grille. Ensuite, discuter en plénière de la règle de la régularité observée sur chaque grille, en comparant les points de départ et le nombre constant soustrait chaque fois.

Il est important de souligner que tout ce qui est dit au sujet des régularités croissantes reste valable pour les régularités décroissantes.

D. Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage de l'élève?

Les questions suivantes, ayant trait au domaine mathématique des régularités et des relations, pourraient représenter des exemples appropriés pour évaluer les apprentissages des élèves.

Il est important d'encourager les élèves à partager leurs stratégies et leurs solutions. Une riche discussion favorise le développement de nouvelles stratégies de résolution de problèmes.

Exemples :

1. Quels sont les deux nombres manquants dans la régularité numérique suivante?

66, 61, 56, 51, ____, 41, 36, ____, …

- ○ 45 et 35
- ○ 46 et 31
- ○ 52 et 31
- ○ 52 et 37

2. Nathalie a créé la régularité numérique suivante :

110, 115, 125, 140, …

Quelle est la règle de cette régularité?

- ○ Ajouter 5 chaque fois, puis 10, puis 15.
- ○ À partir de 110, ajouter 5 chaque fois.
- ○ À partir de 110, ajouter 5 chaque fois, puis 10 chaque fois.
- ○ À partir de 110, ajouter 5, puis 10, puis 15.

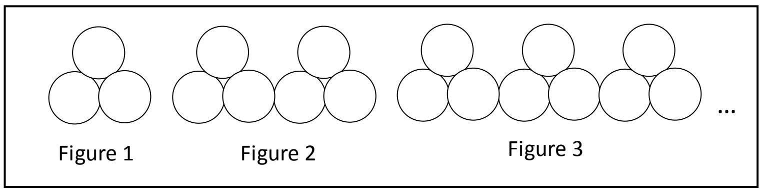
3. Monique a créé la régularité numérique décroissante suivante à laquelle il manque des nombres.

55, 50, 45, 35, 30, 25, 20, 10, 5, …

Lesquels des nombres suivants manquent à la régularité?

- ○ 40 et 30
- ○ 15 et 25
- ○ 40 et 15
- ○ 45 et 15

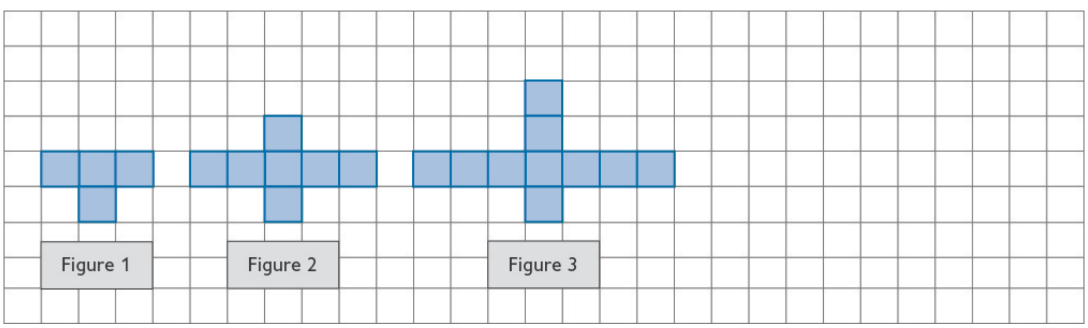
4. Simon a créé cette régularité.



Combien y a-t-il de petits cercles dans la 5^{e} figure?

- ○ 15
- ○ 12
- ○ 10
- ○ 5

5. Examine la régularité suivante formée d'une suite de figures composées de petits carrés :



Combien y a-t-il de petits carrés dans la Figure 4?

- ○ 14 carrés
- ○ 13 carrés
- ○ 12 carrés
- ○ 11 carrés

6. Quel énoncé est vrai au sujet des deux régularités suivantes :

62, 74, 86, 98, … et 62, 50, 38, 26, …

- ○ Elles ont le même point de départ et augmentent de la même façon.
- ○ Elles ont le même point de départ et sont croissantes
- ○ Elles ont le même point de départ et sont décroissantes.
- ○ Elles ont le même point de départ et n'augmentent pas de la même façon.

7. Examine la régularité suivante formée d'une suite de figures composées de cercles:

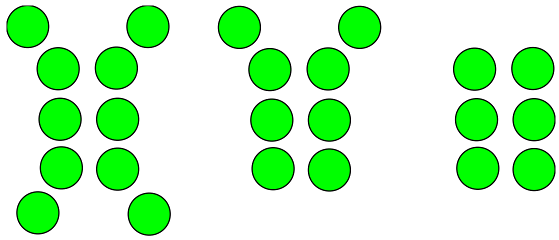


Figure 1 Figure 2 Figure 3

Combien y a-t-il de cercles dans la Figure 5?

- ○ 2
- ○ 3
- ○ 4
- ○ 5

8. Examine la régularité suivante formée d'une suite de figures composées de petits carrés :

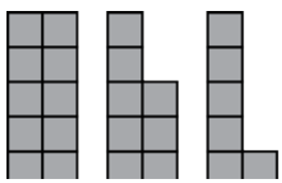


Figure 3 Figure 4 Figure 5

Combien y a-t-il de petits carrés dans la Figure 1?

- ○ 1 carré
- ○ 4 carrés
- ○ 12 carrés
- ○ 14 carrés

9. Marthe a créé la régularité suivante à l'aide de jetons jaunes et rouges :

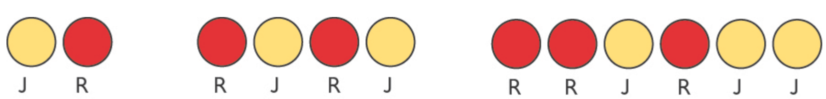
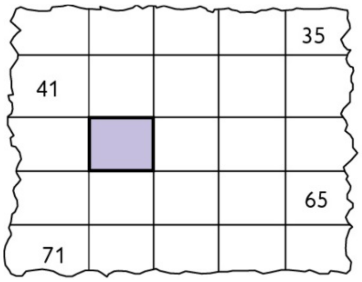


Figure 1 Figure 2 Figure 3

Quelle est la règle de cette régularité?

- ○ À partir de la figure 1, ajoute un jeton jaune à gauche et un jeton rouge à droite chaque fois.
- ○ À partir de la figure 1, ajoute 2 jetons rouges à gauches et 2 jetons jaunes à droite chaque fois.
- ○ À partir de la figure 1, ajoute un jeton jaune et un jeton rouge à gauche, et un jeton jaune et un jeton rouge à droite chaque fois.
- ○ À partir de la figure 1, ajoute un jeton rouge à gauche et un jeton jaune à droite chaque fois.

10. Voici une partie d'une grille de 100 qui lui manque des nombres.



Quel nombre doit être placé dans la case colorée?

- ○ 42
- ○ 43
- ○ 52
- ○ 63

Mathématiques en 4e année – Leçon apprise 4
La forme et l'espace – La mesure

Les instruments de mesure sont couramment utilisés dans beaucoup d'activités quotidiennes par la plupart des gens. C'est la raison pour laquelle on attend des élèves qu'ils acquièrent une compréhension conceptuelle et des savoirs procéduraux qui sont liés au concept de mesure afin d'être préparés à répondre à diverses questions du monde qui les entoure. L'acquisition du sens de la mesure permet également aux élèves de développer le sens du nombre et le sens de l'espace. Il est non seulement crucial d'établir des liens entre la mesure et d'autres disciplines, mais également d'expliquer ces liens au moyen d'exemples simples, de questions et de discussions.

Dès leur jeune âge, les élèves s'intéressent à la mesure. Ils veulent savoir quel objet est plus long ou plus court qu'un autre objet, quel objet est plus lourd ou plus léger qu'un autre objet, quel contenant contient plus de liquide qu'un autre contenant, etc. Ensuite, ils perçoivent que mesurer, c'est donner une valeur numérique à un certain attribut d'un objet, d'un évènement ou d'une figure par comparaison à d'autre objet, d'autre évènement ou d'autre figure, nommés communément unité de mesure.

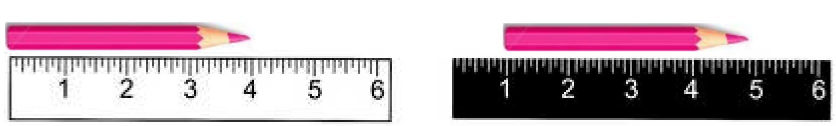
A. Quelles conclusions peut-on tirer de l'évaluation de mathématiques en 4e année?

L'analyse des résultats de l'évaluation révèle que les élèves ont bien répondu à des questions ayant trait à des mesures directes, à des référents du temps et à des mesures approchées en se basant sur des référents personnels. Par exemple, les élèves étaient capables de déterminer le nombre de centimètres dans un mètre, le nombre de secondes dans une minute et le nombre de minutes dans une heure (questions de connaissance). Ils étaient capables de se servir de leurs référents personnels de 1 g et de 1 kg pour estimer la masse de quelques objets courants, tels qu'un sac de sucre ou d'un trombone (questions d'application). De plus, ils étaient en mesure d'estimer raisonnablement la longueur ou la hauteur d'un objet en utilisant des référents personnels de longueur, telle que la distance entre le plancher et la poignée d'une porte (questions d'application).

On pense souvent que le périmètre diffère de la mesure linéaire. La seule différence consiste dans le fait qu'on doit mesurer une distance linéaire qui n'est pas droite. Il semble que les élèves ont fait face à un sérieux défi lors de la détermination du périmètre d'un polygone régulier malgré qu'une définition ait été fournie dans la question.

B. Quelles sont les idées fausses ou les erreurs présentes dans le raisonnement des élèves?

Quand les élèves utilisent pour la première fois une règle graduée en centimètres, pour mesurer la longueur d'un objet, ils alignent une extrémité de l'objet avec la marque 0 et lisent la longueur à la marque en face de l'autre extrémité de l'objet. Plusieurs élèves pensent fautivement que la mesure, à l'aide d'une règle, de la longueur d'un objet représente cette marque. Par exemple, les élèves qui commencent à mesurer la longueur d'un crayon vis-à-vis de la marque 1 cm ne réalisent pas que l'échelle de la règle commence à 0 cm ou supposent tout simplement qu'il faut commencer à 1 cm. Les élèves qui ont l'idée fausse que la mesure de la longueur est le seul point extrémité, plutôt que toute la longueur de l'objet, disent que la longueur de ce crayon, à l'aide de la règle noire, est 5 cm plutôt que 4 cm.



Certains élèves croient à tort que la masse et la taille d'objets sont reliées. Pour clarifier cette idée fausse, inviter ces élèves à comparer, à l'aide d'une balance, la masse d'une grosse tasse en papier (ou une balle de tennis de table) avec celle d'une petite pierre (ou d'une petite bille en acier) afin de réaliser qu'un petit objet a parfois une plus grande masse qu'un grand objet. Cette idée fausse est une source d'erreurs lors de la correspondance d'un objet donné avec masse approximativement estimée.

Certains élèves ne sont pas en mesure de faire la distinction entre le périmètre et l'aire. Ils ont une idée fausse que le périmètre et l'aire d'une figure sont le même attribut. Ils calculent l'aire au lieu du périmètre, ou vice versa. Cette idée fausse est due au fait que les élèves ne comprennent pas que le périmètre est la distance autour de la figure et que l'aire est l'espace couvert par cette figure.

L'examen des résultats des élèves de l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2016–2017 : mathématiques en 4e année*, révèle que :

- 64 % des élèves ont rencontré un sérieux défi lors de la détermination du périmètre d'un hexagone régulier étant donné la longueur d'un côté.
- 73 % des élèves ont commis des erreurs lors de la mesure de la longueur d'un crayon à l'aide d'une règle.

C. Quelles sont les prochaines étapes pour l'enseignement de la classe ou des élèves individuels?

Les unités de mesure standard

Il est préférable d'aborder les unités standard (ou conventionnelles) quand les élèves réalisent qu'ils peuvent mesurer une longueur ou une masse en unités comprises par tous. Il est recommandé d'enseigner les unités de mesure standard par l'entremise d'activités qui permettront aux élèves à en déterminer l'efficacité et la valeur. Par exemple, illustrer la confusion qui peut résulter de l'utilisation d'unités non standard en invitant des élèves à mesurer la longueur du livre de mathématiques avec une règle graduée en centimètres et d'autres élèves avec leur pouce, puis à comparer les réponses.

Mesurer avec une règle graduée en centimètres

Il est important que les élèves commencent avec des règles qui ne portent pas à confusion, des règles graduées en centimètres (pas de millimètres ou de pouces). Tout d'abord, l'enseignant doit montrer aux élèves la façon d'aligner le 0 vis-à-vis de l'extrémité de l'objet (par exemple, un crayon) et de lire la longueur de l'objet à la marque en face de l'autre extrémité. Une fois les élèves utilisent la règle avec confiance et aisance, lors des mesures similaires à celle montrée par l'enseignant, celui-ci se doit leur montrer la façon de mesurer avec une règle brisée ou si l'extrémité de l'objet n'est pas en face de la marque 0. L'enseignant doit clarifier aux élèves que la mesure représente toute la longueur de l'objet, d'une extrémité à l'autre, plutôt que le seul point d'extrémité. L'exemple précédent montre que pour mesurer la longueur du crayon, placé entre les marques 1 cm et 5 cm, il faut compter de 1 à 5 (soit 4 cm) ou soustraire 5 – 1 = 4.

Une autre stratégie importante pour aider les élèves à apprendre à mesurer avec précision, c'est de les encourager à estimer les mesures avant même d'utiliser un instrument de mesure.

Il est essentiel de mentionner que les centicubes emboitables, les cubes d'unités d'un ensemble de blocs de base dix et les réglettes Cuisenaire aident les élèves à faire la transition entre la mesure en unités non standard et la mesure à l'aide d'une règle graduée en centimètres.

Le périmètre

Les élèves comprennent mieux le concept du périmètre lorsqu'ils sont en mesure d'établir des liens avec des exemples réels du monde qui les entoure, tels que la clôture d'un jardin ou d'une piscine, la mesure du périmètre d'une table, de la salle de classe ou du gymnase.

Au premier abord, les élèves mesurent le périmètre d'un objet en plaçant une ficelle autour de celui-ci, en découpant la ficelle à cette longueur, puis en mesurant la ficelle. Cette activité de départ aide les élèves à comprendre que le périmètre d'un objet n'est que la distance autour. À la suite de cette activité, fournir aux élèves des figures géométriques régulières et irrégulières, entre autres des cercles, des règles graduées en centimètres, des ficelles et des ciseaux. Leur demander de déterminer, en équipe de deux, le périmètre de chaque figure. Une fois cette activité terminée, inviter des élèves à présenter au reste de la classe les stratégies qu'ils ont utilisées pour trouver le périmètre de chaque figure.

Fournir aux élèves des occasions d'apprentissage évoquant la construction des figures géométriques, régulières ou irrégulières, ayant le même périmètre, sur du papier quadrillé ou sur des géoplans. Il faut leur rappeler que les figures doivent être complètement fermées.

La masse

Les élèves devraient utiliser le mot **masse** plutôt que **poids** pour dire si un objet est plus lourd ou plus léger qu'un autre objet. Masse et poids sont deux grandeurs physiques différentes. Il existe trois différences principales entre ces deux grandeurs :

- La masse d'un objet est la quantité de matière contenue dans cet objet. Le poids d'un objet est la force d'attraction exercée par la Terre sur cet objet.
- La masse d'un objet ne change pas quand sa position change. Le poids d'un objet change quand sa position change. Par exemple, la masse d'un astronaute est 80 kg sur la Terre, sur la Lune et en n'importe quel point entre la Terre et la Lune parce que la matière de son corps ne change pas. Au fur et à mesure que l'astronaute s'éloigne de la Terre, pour se diriger vers la lune, la force d'attraction de la Terre sur lui diminue et il arrive à une certaine distance de la Terre où son poids devient nul. Alors, il flotte.
- La masse d'un objet se mesure à l'aide d'une balance. Le poids d'un objet se mesure à l'aide d'un dynamomètre ou d'un pèse-personne.

L'enseignant devrait enseigner les unités de mesure standard, le gramme (g) et le kilogramme (kg), lorsqu'il est certain que les élèves comprennent qu'ils peuvent mesurer la masse à l'aide de ces deux unités plutôt que d'utiliser des unités non standard pouvant porter à confusion. Il est important à ce que les élèves fassent une enquête sur la façon d'indiquer la masse des produits alimentaires (par exemples : barre de chocolat, boite de céréales, sac de sucre, une boite de sel, etc.) sur leurs emballages. Les élèves devraient découvrir que la masse des articles légers est exprimée en grammes et celle des articles lourds en kilogrammes.

Il s'avère utile de demander aux élèves de réaliser une activité expérimentale évoquant la façon de préparer leur propre masse de 1 kilogramme. Pour y parvenir, leur fournir une balance à plateaux, du riz, du sable et un contenant vide. Une fois l'activité terminée, leur demander d'utiliser leur propre kilogramme pour mesurer la masse de quelques objets de la salle de classe.

Demander aux élèves de se servir des objets de la salle de classe, tels qu'un jeton, un petit cube de base dix, un trombone, un manuel, des espadrilles, une boite à déjeuner pour déterminer si l'objet est un référent approprié pour des grammes ou des kilogrammes. Il est essentiel que les élèves découvrent que 1 kilogramme est équivalent à 1 000 grammes en utilisant une balance à plateaux et divers articles alimentaires, de différentes masses comme référents, tels que 2 sacs de 500 g chacun, 4 boites de 250 g chacune ou un sac de 1 000 bonbons haricots.

D. Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage de l'élève?

Les questions suivantes, ayant trait à la mesure, pourraient représenter des exemples appropriés pour évaluer les apprentissages des élèves.

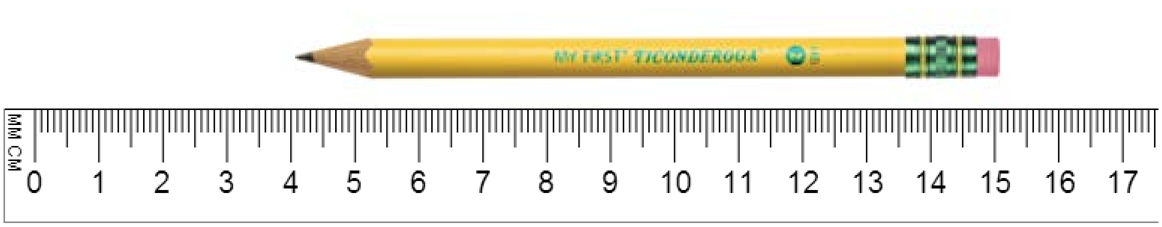
Il est important d'encourager les élèves à partager leurs stratégies et leurs solutions. Une riche discussion favorise le développement de nouvelles stratégies de résolution de problèmes.

Exemples :

1. Quelle unité choisis-tu pour mesurer la durée de chaque saison?

- ○ le jour
- ○ la semaine
- ○ le mois

2. Quelle est la longueur de ce crayon?



- ○ 4 cm
- ○ 11 cm
- ○ 12 cm
- ○ 15 cm

3. La largeur d'un pouce est environ

- ○ 1 cm
- ○ 10 cm
- ○ 100 cm
- ○ 1 m

4. La masse d'une boite de sel de table est environ

- ○ 1 g
- ○ 100 g
- ○ 1 kg
- ○ 100 kg

5. La masse de mon livre de mathématiques est environ

○ 10 g
○ 100 g
○ 200 g
○ 1 000 g

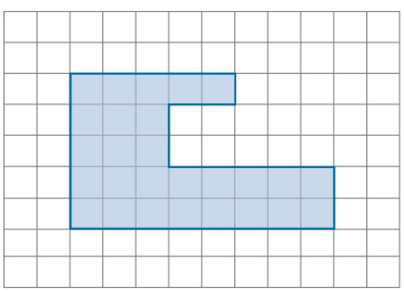
6. Choisis l’énoncé qui est **vrai**.

○ Ma chaise est plus légère que mon marqueur.
○ La masse d’une orange est à peu près 200 g.
○ La longueur de mon bras est environ 5 m.
○ Mon crayon est plus long que mon livre de mathématiques.

7. Un jardin a la forme d’un hexagone régulier dont le côté mesure 2 m.
Quel est le périmètre du jardin?

○ 12 m
○ 10 m
○ 8 m
○ 6 m

8. Quel est le périmètre de la figure tracée sur ce papier quadrillé à 1 cm?



○ 37 cm
○ 30 cm
○ 29 cm
○ 28 cm

9. Combien de rectangles, ayant tous le même périmètre de 16 cm, peux-tu dessiner?

○ 4
○ 3
○ 2
○ 1

Mathématiques en 4e année – Leçon apprise 5
La forme et l’espace – Les figures à deux dimensions et les objets à trois dimensions

La géométrie est un domaine mathématique qui englobe l’étude des figures à deux dimensions, des objets à trois dimensions, des transformations et des relations dans l’espace. La géométrie est omniprésente dans divers domaines de la vie humaine tels que les arts, les sciences de la nature, les sciences sociales et l’architecture. Il est bien vrai que cette science mathématique est tout à fait indispensable aux arpenteurs, aux ingénieurs et aux concepteurs des ponts comme elle l’est aussi aux menuisiers, aux peintres et aux marins. Pourquoi faut-il enseigner la géométrie? Pour poser des problèmes, observer, réfléchir, raisonner, essayer, se tromper, et surmonter nos erreurs. Pourquoi faire de la géométrie? Parce que c’est utile pour penser géométriquement et pour apprendre à raisonner.

A. Quelles conclusions peut-on tirer de l’évaluation de mathématiques en 4e année?

Les résultats de l’évaluation de 2016–2017 révèlent que les élèves ont très bien fait en répondant à des questions, du niveau d’application, ayant trait à des objets à trois dimensions, tels que des cylindres et des sphères, trouvés dans leur environnement de vie de tous les jours. Également, ils ont très bien fait en reconnaissant un objet à trois dimensions dont les attributs sont donnés.

Les élèves ont fait face à un sérieux défi lorsqu’on leur a demandé de répondre à des questions du niveau analyse, telles que la détermination du nombre de sommets d’une pyramide, la reconnaissance d’un pentagone faisant partie d’une figure composée de quelques figures géométriques simples, le tri des objets à trois dimensions selon une règle donnée et la détermination de la règle de tri de deux ensembles de polygones.

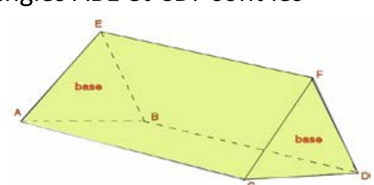
Les élèves ont besoin de faire appel de plus en plus à la faculté de penser en images, en décrivant et en triant des figures à deux dimensions et des objets à trois dimensions selon leurs attributs. Pour y parvenir, ils devraient réaliser plus d’expériences de géométrie, en utilisant du matériel de manipulation pour décrire et voir concrètement les faces, les arêtes et les sommets des objets à trois dimensions, tels que les sphères, les cônes, les cylindres, les pyramides, les cubes et d’autres prismes.

Les élèves ont besoin d’explorer en détail les polygones réguliers et irréguliers. Grâce à des activités de comparaison, de dessin ainsi que de création de régularités de figures polygonales concrètes et imagées, les élèves deviennent conscients que des attributs géométriques définissent les polygones, et que ces attributs peuvent servir à les trier. De plus, les élèves devraient être en mesure de nommer et de reconnaitre des polygones, tels que le triangle, le quadrilatère, le pentagone, l’hexagone et l’octogone.

B. Quelles sont les idées fausses ou les erreurs présentes dans le raisonnement des élèves?

Les élèves commettent une erreur courante en comptant les faces, les arêtes ou les sommets d’un objet à trois dimensions, car ils perdent par distraction le compte des éléments déjà identifiés.

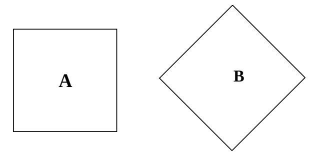
Certains élèves ont une idée fausse qui émerge lors de l’identification de la base d’un prisme, particulièrement si le prisme est un prisme droit à base triangulaire. Ils pensent fautivement que la base est la face qui touche la surface de contact. Pour le prisme ci-contre, les deux triangles ABE et CDF sont les bases (qui sont aussi des faces) et les rectangles ABDC, ACFE et BDFE sont les faces latérales. Pour corriger cette idée fausse, fournir aux élèves des pièces Polydron (2 triangles et 3 rectangles) et leur demander de constuire un prisme. Ensuite, inviter des élèves à présenter leur prisme au reste de la classe tout en indiquant les faces latérales et les bases.



Certains élèves confondent souvent un prisme avec une pyramide ou vice versa. Il est important que les élèves sachent que les faces latérales d'un prisme sont toujours des rectangles et sa base est un polygone tandis que les faces latérales d'une pyramide sont toujours des triangles et sa base est un polygone.

Une autre idée fausse consiste à ce que des élèves, qui sont familiers avec le terme « côté » des figures à deux dimensions, utilisent ce terme pour décrire les faces d'un objet à trois dimensions. De plus, il y a des élèves qui considèrent la surface courbe d'une sphère, d'un cylindre ou d'un cône comme une face. Il est important d'aider les élèves à comprendre que le mot face désigne toujours une surface plane d'un objet à trois dimensions.

Certains élèves croient à tort que le changement d'orientation d'une figure change la nature ou le nom de cette figure. Les élèves reconnaissent probablement que la figure A est un carré, mais ils pourraient dire que la figure B n'est pas un carré, mais elle est un losange.

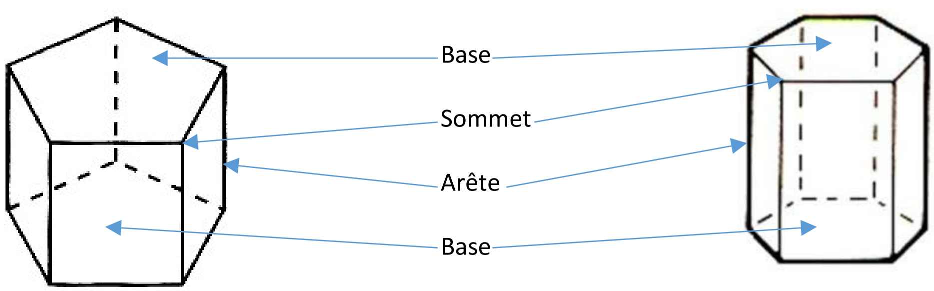


L'examen des résultats des élèves de l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2016–2017 : mathématiques en 4e année*, révèle que :

- 44 % des élèves ont incorrectement dénombrer le nombre de sommets d'une pyramide régulière à base hexagonale.
- 54 % des élèves ont eu de la difficulté à identifier un objet à trois dimensions décrit à l'aide de ses attributs (nombre de sommets, d'arêtes et de faces).
- 57 % des élèves n'ont pas su déterminer la règle de tri de polygones.
- 58 % des élèves n'ont pas su identifier un polygone formé d'une figure composée de deux formes géométriques simples (un triangle et un trapèze).
- 74 % des élèves ont eu de la difficulté à déterminer la règle de tri d'un ensemble, d'objets à trois dimensions, formé de prismes et de pyramides.

C. Quelles sont les prochaines étapes pour l'enseignement de la classe ou des élèves individuels?

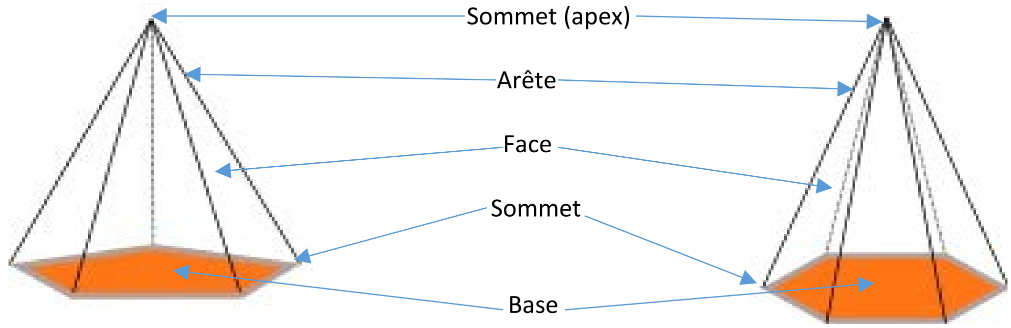
Les élèves devraient être en mesure de reconnaitre les faces, les arêtes et les sommets d'un objet à trois d7imensions, ainsi que la forme géométrique de ses faces.



Ce prisme droit à base pentagonale a 7 faces (5 faces latérales rectangulaires et 2 faces pentagonales, les deux bases), 15 arêtes et 10 sommets.

Ce prisme droit à base hexagonale a 8 faces (6 faces latérales rectangulaires et 2 faces hexagonales, les deux bases), 18 arêtes et 12 sommets.

Note : Les faces latérales d'un prisme droit sont des **rectangles**. Les deux bases, qui sont aussi des faces, sont des **polygones**. Un prisme tire son nom de sa base.



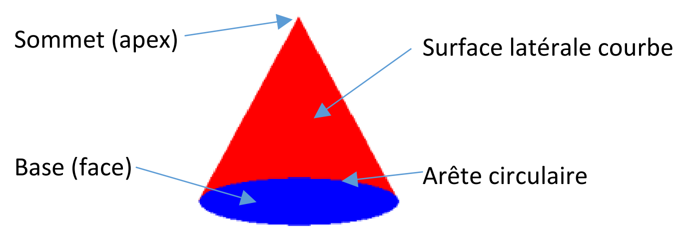
Cette pyramide droite à base pentagonale a 6 faces (5 faces latérales triangulaires et 1 face pentagonale, la base), 10 arêtes, 6 sommets (5 sommets à la base et 1 sommet ou apex).

Cette pyramide droite à base hexagonale a 7 faces (6 faces latérales triangulaires et 1 face hexagonale, la base), 12 arêtes, 7 sommets (6 sommets à la base et un sommet à l'apex).

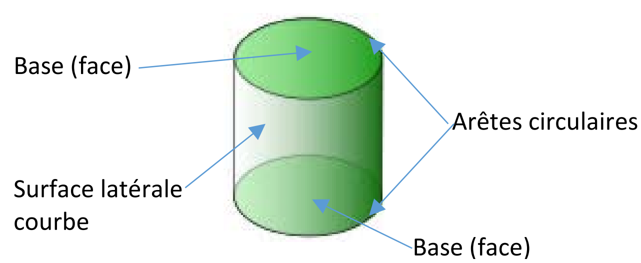
Note : Les faces latérales d'une pyramide droite sont des **triangles**. Ces faces se rencontrent en un seul sommet, parfois appelé *apex*. La base, qui est aussi une face, est un **polygone**. Une pyramide tire son nom de sa base.

Il est important que les élèves participent à des activités dans lesquelles ils explorent les attributs géométriques des prismes et des pyramides de façon concrète, en utilisant les pièces Polydron ou tout autre objet concret à trois dimensions. Lors de la réalisation de ces activités, l'enseignant devrait inciter les élèves à décrire chaque objet à voix haute devant le reste de la classe, en indiquant ses faces, la forme géométrique de chaque face, le nombre d'arêtes et le nombre de sommets.

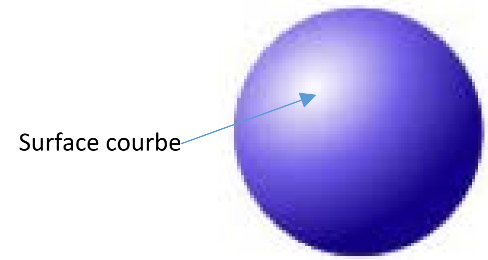
Il est essentiel de familiariser les élèves avec les attributs des objets à trois dimensions qui peuvent rouler, tels que la sphère, le cylindre et le cône. Les élèves devraient explorer cette classe d'objets par l'intermédiaire d'objets concrets afin de visualiser leurs attributs et de comprendre qu'un cône a une face circulaire plane (qui est sa base), une surface latérale courbe qui commence à la base et s'élève jusqu'à un sommet (que l'on nomme l'*apex*) et une arête circulaire;



qu'un cylindre a deux faces circulaires planes (qui sont ses deux bases) et une surface latérale courbe qui joint les deux bases circulaires le long de deux arêtes circulaires. Le cylindre n'a pas de sommets;



qu'une sphère a une surface courbe et elle n'a pas de faces, d'arêtes ni de sommets.



Note : la surface courbe d'un cône, d'un cylindre et d'une sphère n'est pas une face.

Il faut fournir aux élèves des occasions d'apprentissage évoquant le tri d'objets à trois dimensions selon un attribut donné (par exemple : le nombre de faces ou d'arêtes ou de sommets) ou selon une propriété géométrique donnée (par exemple : faces rectangulaires ou faces circulaires).

Les élèves devraient également explorer les attributs et les propriétés géométriques des polygones à l'aide d'activités de tri ou d'activités évoquant la création de régularités de figures polygonales. Ces activités leur permettent de se concentrer sur ce qui fait qu'un polygone est régulier ou irrégulier, qu'un polygone est un triangle ou un quadrilatère, qu'une figure est un polygone ou non.

Note : Une figure n'est pas un polygone si
- un de ses côtés n'est pas droit;
- deux de ses côtés se coupent en un point qui n'est pas un sommet;
- elle est ouverte.

Confier aux élèves la tâche de préparer une liste de polygones qu'ils voient dans leur environnement de tous les jours. La liste devrait être organisée de façon à inclure un dessin de chaque polygone, son nom et à quoi il sert. Les exemples suivants sont une suggestion :

D. Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage de l'élève?

Les questions suivantes, ayant trait aux figures à deux dimensions et aux objets à trois dimensions, pourraient représenter des exemples appropriés pour évaluer les apprentissages des élèves.

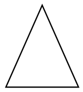
Il est important d'encourager les élèves à partager leurs stratégies et leurs solutions. Une riche discussion favorise le développement de nouvelles stratégies de résolution de problèmes.

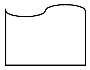
Exemples :

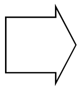
1. Je suis un objet à trois dimensions. J'ai 5 faces, 8 arêtes et 5 sommets.
Quel objet est-ce que je suis?

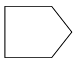
- ○ un prisme à base rectangulaire
- ○ une pyramide à base triangulaire
- ○ un prisme à base carrée
- ○ une pyramide à base carrée

2. Quelle figure **n'est pas** un polygone?

○ 

○ 

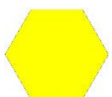
○ 

○ 

3. Quelle figure est un quadrilatère?

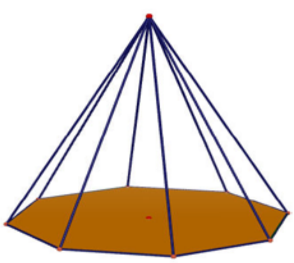
○ 

○ 

○ 

○ 

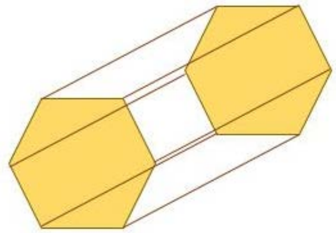
4. Observe la pyramide suivante :



Quel énoncé est **vrai**?

○ La pyramide a 9 faces, 9 arêtes et 9 sommets.
○ La pyramide a une base hexagonale et 8 faces triangulaires.
○ La pyramide a 8 faces triangulaires, 8 arêtes et 8 sommets.
○ La pyramide a une base octogonale et 16 arêtes.

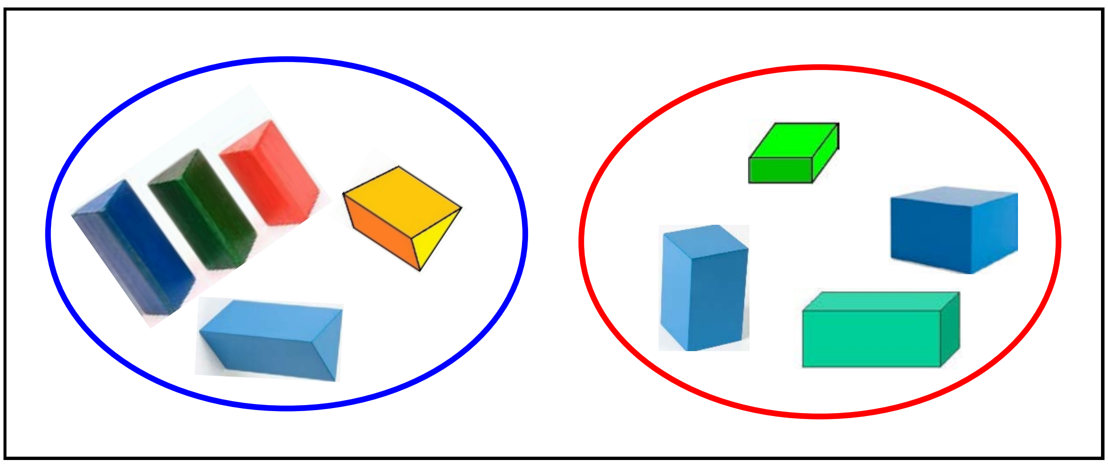
5. Observe le prisme droit suivant :



Quel énoncé est **vrai**?

- ○ Le prisme a 8 faces, 18 arêtes et 12 sommets.
- ○ Le prisme a 6 faces, 18 arêtes et 12 sommets.
- ○ Le prisme a une base hexagonale et 8 faces rectangulaires.
- ○ Le prisme a une base octogonale, 8 faces et 12 sommets.

6. Robert a trié certains prismes dans le diagramme de Venn ci-après :

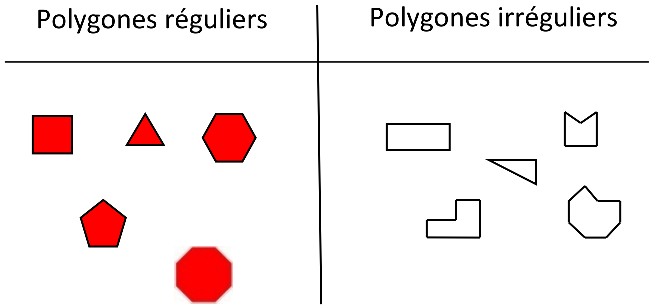


Quelle est la règle de tri?

- ○ Prismes qui ont 6 faces et prismes qui ont plus de 6 faces.
- ○ Prismes qui ont 6 arêtes et prismes qui ont 6 faces.
- ○ Prismes à base triangulaire et prismes à base rectangulaire.
- ○ Prismes qui ont 6 sommets et prismes qui ont 8 arêtes.

7. Lucie a trié ces polygones.

Quelle est la règle de tri?



○ Polygones qui ont 4 côtés et polygones qui ont 5 côtés.
○ Polygones qui sont réguliers et polygones qui sont irréguliers.
○ Polygones qui ont 4 côtés et polygones qui ont plus de 4 côtés.
○ Polygones qui ont 3 côtés au plus et polygones qui ont plus de 5 côtés

8. Quel objet ressemble à un cône?

○    ○    ○    ○ 

Mathématiques en 4^{e} année – Leçon apprise 6
La statistique et la probabilité – L'analyse de données

L'analyse de données est un sous-domaine mathématique qui préoccupe assez de gens. L'analyse de données est considérée comme un outil permettant d'établir des liens entre les mathématiques et beaucoup de domaines de la vie de tous les jours. Il est primordial de souligner que l'analyse de données n'est pas seulement du calcul des grandeurs statistiques ou de la construction des graphiques et des diagrammes. Elle est aussi un processus d'inspection, de transformation et de représentation de données dont le but est la découverte d'information utile, la suggestion de conclusions et l'appui de prise de décisions.

Il est important de fournir aux élèves plus d'expériences d'apprentissage en analyse de données comportant des tableaux d'effectifs, des listes de données, des tracés linéaires, des pictogrammes et des diagrammes à bandes verticales ou horizontales. Les élèves ont besoin de plus d'activités qui les incitent à lire et à interpréter des diagrammes et des tableaux, à répondre à des questions et à tirer des conclusions. Ils devraient être encouragés à poser ou à rédiger des questions qui vont au-delà de la lecture simpliste d'un diagramme. En outre, il est recommandé de leur poser des questions qui les incitent à émettre des inférences et à communiquer verbalement.

A. Quelles conclusions peut-on tirer de l'évaluation de mathématiques en 4^{e} année?

Les élèves ont très bien fait en interprétant des données présentées dans des tracés linéaires qui les incitent à répondre à des questions, ayant trait au niveau d'application et d'analyse, de comparaison visuelle de différentes catégories d'information.

En outre, les élèves ont très bien fait lorsqu'on leur a demandé de répondre à des questions simples sur l'interprétation d'un diagramme à bandes verticales. Ils ont compris qu'ils devaient additionner toutes les données présentées dans le diagramme afin de trouver la bonne réponse à la question. Il s'agissait des questions d'application.

En revanche, les élèves ont eu de la difficulté à interpréter un tableau des effectifs présentant les résultats d'un sondage à l'aide de marques de pointage. Il semble qu'ils ont compris la notion du tableau des effectifs et ce qu'il représente, mais ils n'ont pas pu interpréter les données selon la question qu'on leur a posée. La difficulté de cette question de connaissance réside dans le fait que beaucoup d'élèves n'ont pas su qu'ils devraient d'abord comparer deux quantités puis effectuer une soustraction.

Il apparait que plusieurs élèves ont également eu de la difficulté à interpréter une question d'application comportant des données présentées dans un diagramme à bandes. Encore une fois, on pourrait inférer qu'ils ont compris la notion du diagramme à bandes et ce qu'il représente, mais ils n'ont pas compris que, pour répondre à la question, ils ont dû additionner toutes les données présentées dans chaque bande du diagramme.

Les élèves ont fait face à un sérieux défi lorsqu'on leur a demandé de comparer un tracé linéaire, un pictogramme, un diagramme à bandes verticales et un diagramme à bandes horizontales présentant les mêmes données. Ils n'étaient pas capables de discerner les ressemblances et les différences entre ces quatre diagrammes pour décider lequel de ces diagrammes est la meilleure représentation d'un ensemble de données fournies.

B. Quelles sont les idées fausses ou les erreurs présentes dans le raisonnement des élèves?

Les élèves pensent, à tort, qu'un diagramme à bandes est seulement limité à ses bandes et que ses attributs (le titre, les axes, les étiquettes, les échelles) sont des ajouts superflus. Cette idée fausse est due au fait que l'attention de l'élève est concentrée sur la valeur numérique que représente chaque bande du diagramme.

Certains élèves omettent parfois une bande dans un diagramme à bandes ou un X dans un tracé linéaire ou une image dans un pictogramme lors du comptage de tous les individus qui ont participé au sondage. Cette erreur est souvent induite par une distraction ou par un manque d'attention. Le repérage et l'analyse de cette erreur doit présenter un intérêt pour les enseignants qui doivent intervenir auprès de ces élèves afin de leur dire qu'ils sont bons en mathématiques, mais avec plus d'attention ils pourraient faire mieux.

L'examen des résultats des élèves de l'*Évaluation de la Nouvelle-Écosse de 2016–2017 : mathématiques en 4e année*, révèle que :

- 52 % des élèves ont commis une erreur lors de l'interprétation d'un diagramme à bandes.
- 54 % des élèves n'ont pas pu reconnaitre le diagramme qui présente incorrectement un ensemble de données fournies.
- 66 % des élèves ont eu de la difficulté à reconnaitre tous les attributs qui accompagnent un diagramme à diagramme à bandes.

C. Quelles sont les prochaines étapes pour l'enseignement de la classe ou des élèves individuels?

Tout d'abord, il faut que les enseignants soient conscients que les jeunes élèves peuvent apprendre beaucoup de choses ayant trait à la statistique sur eux-mêmes, leurs familles, leurs amis, leurs animaux de compagnie, etc. Partant de ce fait, il faut fournir aux élèves des activités d'apprentissage qui parlent de leurs préférences au sujet des émissions de télévision, des jeux électroniques, des fruits préférés, des sports, des saisons de l'année, etc. Il est essentiel de signaler que d'autres domaines mathématiques interviennent au cours de la réalisation de ces activités, tels que le nombre et la mesure. Les élèves devraient dénombrer leurs animaux de compagnie, le nombre d'heures de regarder la télévision ou de dormir. Ils doivent mesurer l'envergure de leurs bras ou de leurs tailles.

En rapport avec ce qui est dit, il est important que les élèves acquièrent des habiletés qui touchent à la construction, à la lecture et à l'interprétation de pictogrammes, de tracés linéaires et de diagrammes à bandes simples tout en tenant compte des attributs de chaque graphique (2e année et 3e année). Il faut encourager les élèves à recueillir, organiser et enregistrer leurs données dans des tableaux des effectifs et des listes, de les présenter dans des tracés linéaires et dans des diagrammes à bandes. L'utilisation des marques de pointage est un moyen simple que les élèves peuvent s'en servir pour garder des informations qu'ils recueillent. Le groupement des marques de pointage en des paquets de 5 rend la tâche des élèves facile lors du comptage par sauts le nombre total d'objets dans chaque catégorie. Il est important de mentionner aux élèves qu'ils doivent toujours attribuer un titre ou un en-tête à tout tableau des effectifs ou toute liste afin d'informer le lecteur de quoi il s'agit. Ce faisant, les élèves peuvent organiser et présenter les données dans un tracé linéaire. Ce dernier est un pont qui permet aux élèves de passer du tableau des effectifs ou de la liste au diagramme à bandes ou à un pictogramme comme le montre l'exemple suivant :

Michelle a demandé à ses camarades de classe de nommer leur saison préférée. Elle a organisé et présenté les données recueillies dans un tableau d'effectifs, dans une liste et dans un tracé linéaire, puis dans un diagramme à bandes.

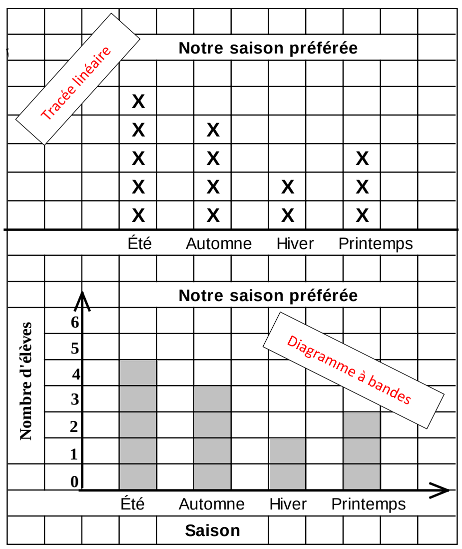
Notre saison préférée	
Saison	Marques de pointage
Été	卌
Automne	||||
Hiver	||
Printemps	|||

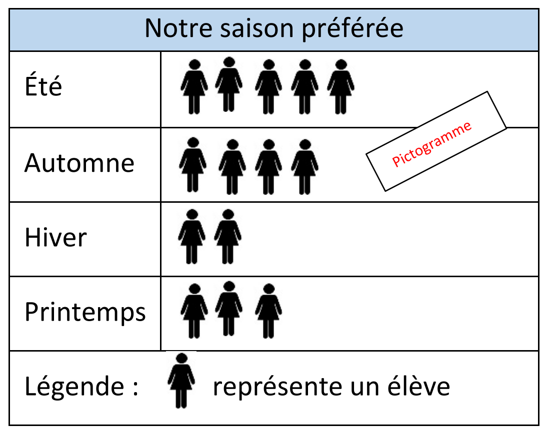
Tableau des effectifs

Notre saison préférée	
Saison	Nombre d'élèves
Été	5
Automne	4
Hiver	2
Printemps	3

Liste

Note : Le tableau des effectifs et la liste peuvent être combinés dans un même tableau à trois colonnes.





Discuter avec les élèves des avantages de la visualisation des données recueillies et présentées dans un tracé linéaire, dans un diagramme à bandes ou dans un pictogramme. La visualisation aide les élèves à facilement déterminer si une donnée est plus grande ou plus petite qu'une autre, tout en ayant une idée de la taille relative. Dans le diagramme à bandes de la page précédente, la bande qui correspond à l'été est la plus grande et celle qui correspond à l'hiver est la plus petite. La bande qui correspond à l'hiver est la moitié de celle qui correspond à l'automne, etc. En bref, pour faire ces comparaisons afin de tirer des conclusions, l'élève devrait manipuler les images des bandes dans sa tête.

En analyse de données, il est essentiel de favoriser l'échange entre l'enseignant et les élèves comme entre les élèves eux-mêmes. Les programmes d'études de mathématiques préconisent la communication afin de consolider la réflexion mathématique des élèves et de les aider à s'exprimer avec précision au moyen d'un langage approprié. En mathématique, il y a la communication orale et écrite et de plus la communication symbolique et graphique. Les diagrammes sont des outils graphiques efficaces qui permettent aux élèves de communiquer clairement de manière cohérente leurs idées mathématiques à leurs camarades, à leurs enseignants et à d'autres personnes. Donc, il est important que tout diagramme soit construit avec précision et exactitude pour présenter fidèlement les données recueillies avec un titre et des étiquettes claires et compréhensibles.

D. Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage de l'élève?

Les questions suivantes, ayant trait à l'analyse de données, pourraient représenter des exemples appropriés pour évaluer les apprentissages des élèves.

Il est important d'encourager les élèves à partager leurs stratégies et leurs solutions. Une riche discussion favorise le développement de nouvelles stratégies de résolution de problèmes.

Exemples :

1. Emma a mené un sondage auprès de ses camarades de classe en leur posant une question appropriée à la collecte de données. Elle a enregistré les données dans la liste suivante :

Les films préférés des élèves	
Drame	3
Science-fiction	4
Comédie	6
Action	2

Quelle question Emma a-t-elle posée à ses camarades?

- ○ Préfères-tu les films policiers?
- ○ Préfères-tu la comédie beaucoup plus que l'action?
- ○ Quel est le type de ton film préféré?
- ○ Préfères-tu le drame beaucoup plus que l'action?

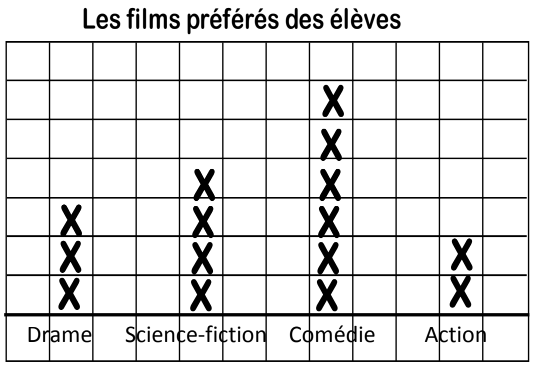
2. Emma a construit le pictogramme ci-dessous pour présenter les données du tableau de la question 1, mais elle a commis une erreur.

Drame	
Science-fiction	
Comédie	
Action	
 Représente 1 film	

Quelle erreur Emma a-t-elle commise?

- ○ Elle a oublié le titre.
- ○ Le nombre de films de comédie n'est pas égal à leur nombre à la liste.
- ○ Elle a oublié la légende.
- ○ Elle a oublié le titre et la légende.

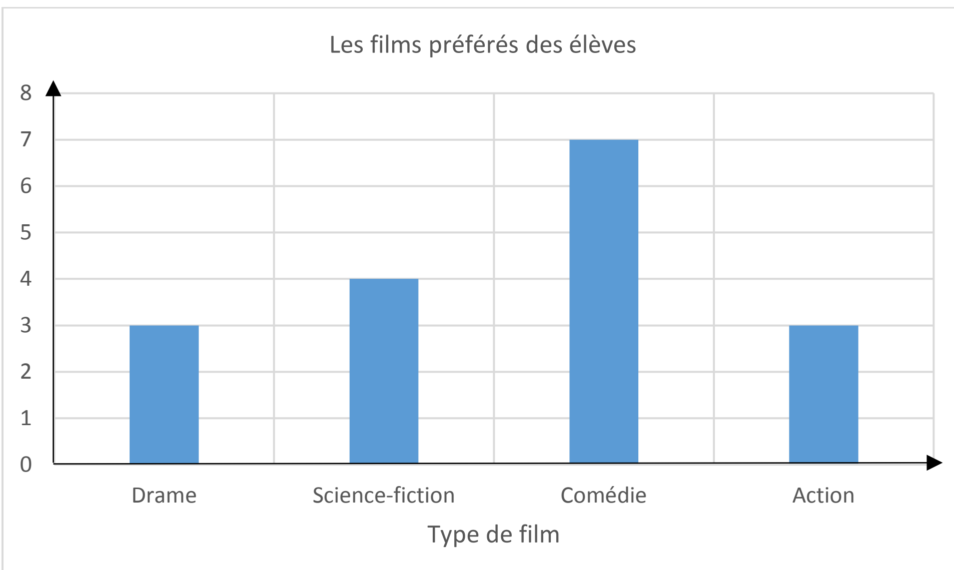
3. Emma a présenté les données du tableau de la question 1 dans le tracé linéaire suivant :



Combien de films de comédie de plus que de films d'action les élèves ont-ils choisis?

- ○ 2
- ○ 4
- ○ 8
- ○ 9

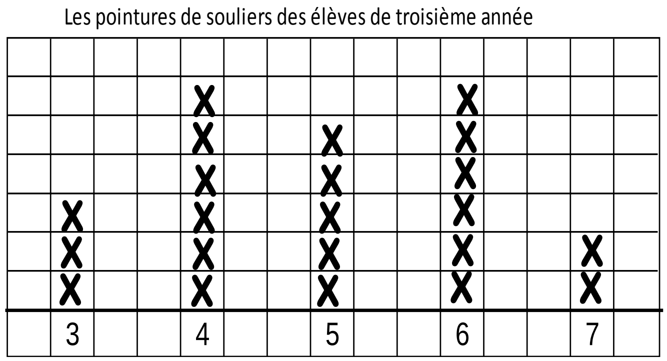
4. Tanya a utilisé les données recueillies par Emma pour construire le diagramme à bandes suivant :



Examine le diagramme.
Quelles erreurs Tanya a-t-elle commises?

- ○ Les étiquettes des axes manquent.
- ○ L'étiquette de l'axe vertical manque.
- ○ Les bandes au sujet de comédie et d'action ne sont pas correctes.
- ○ L'étiquette de l'axe vertical manque et la bande de comédie est incorrecte.

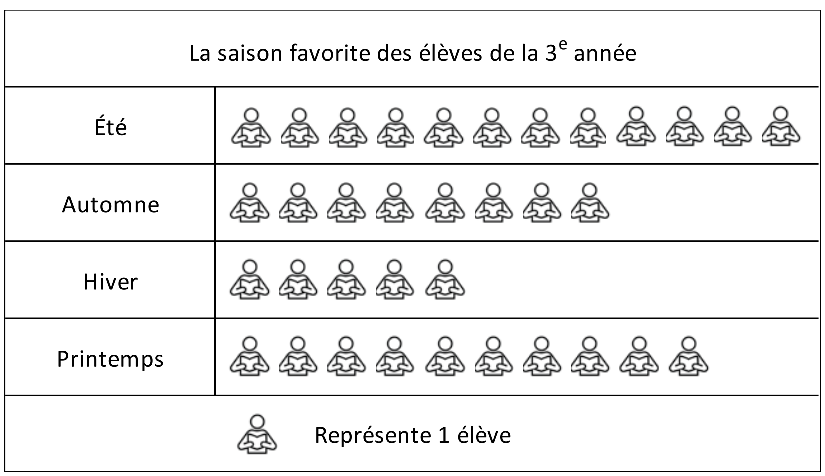
5. Le tracé linéaire ci-dessous présente les pointures de souliers des élèves de troisième année.



Quelle bonne conclusion peux-tu tirer de ce tracé linéaire?

- ○ Il y a plus d'élèves de pointure 5 que d'élèves de pointure 4.
- ○ Il y a plus d'élèves de pointure 7 que d'élèves de pointure 3.
- ○ Il y a moins d'élèves de pointure 6 que d'élèves de pointure 7.
- ○ Il y a autant d'élèves de pointure 4 que d'élèves de pointure 6.

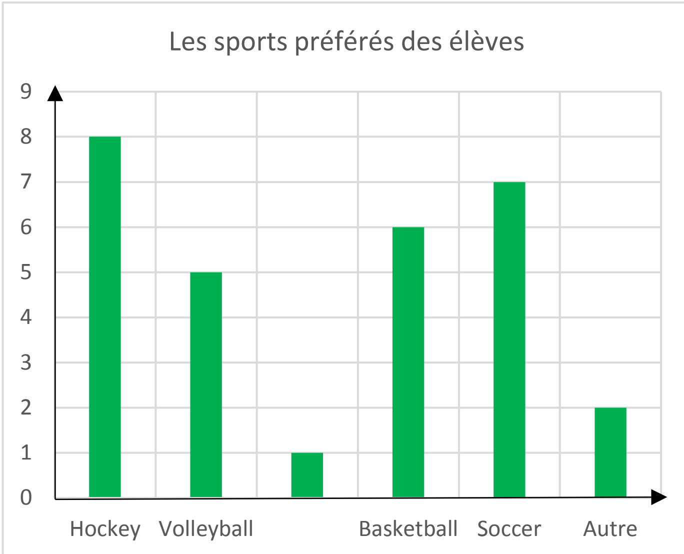
6. Tony a mené un sondage auprès des élèves de la 3e année au sujet de leur saison préférée. Il a présenté les données recueillies dans le pictogramme ci-après :



Quel énoncé est **vrai**?

- ○ Le printemps est la saison la plus populaire.
- ○ L'automne est la saison la moins populaire.
- ○ Moins d'élèves préfèrent l'automne à l'hiver.
- ○ L'été est la saison la plus populaire.

7. Samir a demandé à chacun de ses 29 camarades de classe de nommer son sport préféré. Il a construit le diagramme à bandes ci-dessous pour présenter les résultats de ce sondage.



Quelles erreurs Samir a-t-il commises?

- ○ Les noms des axes et le titre manquent.
- ○ Les noms des axes et d'un sport manquent.
- ○ Les bandes n'ont pas la même largeur.
- ○ Le nombre total d'élèves dans le diagramme n'est pas égal à 29.

8. Le tableau des effectifs ci-dessous présente les résultats d'un sondage mené auprès des élèves au sujet de leurs collations préférées.

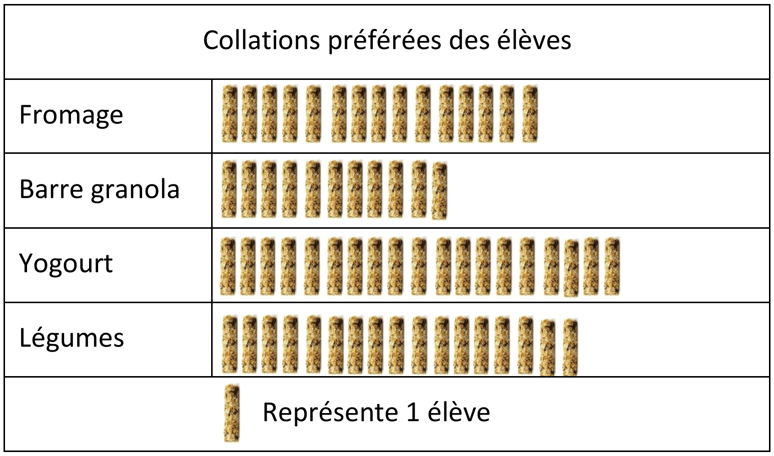
Collations préférées des élèves

Collation	**Marques de pointage**
Fromage	𝍸 𝍸 𝍸
Barre granola	𝍸 𝍸 |
Yogourt	𝍸 𝍸 𝍸 ||||
Légumes	𝍸 𝍸 𝍸 ||

Combien d'élèves de plus préfèrent les légumes et le fromage au yogourt?

- ○ 2
- ○ 4
- ○ 6
- ○ 13

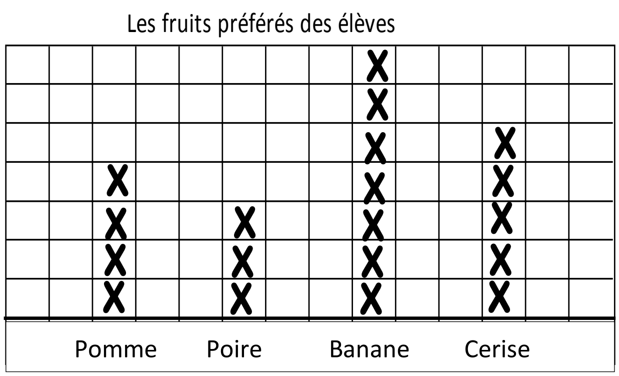
9. Rubina construit le pictogramme ci-dessous pour présenter les données du tableau des effectifs des collations préférées des élèves de la question 8.



Quel énoncé est vrai?

- ○ Il y a 30 élèves qui préfèrent la barre granola et le yogourt.
- ○ Il y a 23 élèves qui préfèrent le fromage et le yogourt.
- ○ Il y a 27 élèves qui préfèrent la barre granola et les légumes.
- ○ Il y a 35 élèves qui préfèrent le yogourt et les légumes.

10. Lee a mené un sondage auprès des élèves de la 2^{e} année au sujet de leurs fruits préférés. Le tracé linéaire ci-dessous présente les données qu'il a recueillies.



Lequel des énoncés suivants est **vrai**?

- ○ Les élèves préfèrent les pommes aux bananes.
- ○ Les élèves préfèrent les poires aux cerises.
- ○ La pomme est le fruit le plus préféré des élèves.
- ○ La poire est le fruit le moins préféré des élèves.

Bibliographie

Chenelière Mathématiques 3 ou 4, (2008). *Édition PONC*

Davies, A. (2009). *Évaluation au service de l'apprentissage.* Courtenay, BC: Connections Publishing.

Éducation Manitoba (2011), *Le rôle de l'évaluation dans l'apprentissage*.

Marian Small, (2014), *Bonnes questions : L'enseignement différencié des mathématiques*, Modulo, Montréal, Québec.

Marian Small, (2013). *Prime : Gestion de données et probabilité*, Groupe Modulo Inc.

Marian Small, (2008)*. PRIME, Sens des nombres et des opérations, Connaissances et stratégies,* Duval, Groupe Modulo, Mont-Royal, Québec.

Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance de la Nouvelle-Écosse, *Programme d'études de mathématiques 1re année*, 2012.

Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance de la Nouvelle-Écosse, *Programme d'études de mathématiques 2e année*, 2012.

Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance de la Nouvelle-Écosse, *Programme d'études de mathématiques 3e année*, 2012.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2010, August). "Star students make connections," *Teaching Children Mathematics*. Rexton, VA.

Stephanie Macceca et Trisha Brummer (2010). *Stratégies de lecture en mathématiques, en sciences et en sciences sociales,* Chenelière Éducation.

Van De Walle, J.A. et Lovin (2006*). L'enseignement des mathématiques, L'élève au centre de son apprentissage, M–3, Tome 1,* ERPI, Saint-Laurent, Québec.

Annexe A : Niveaux cognitifs des questions

Connaissance
Les questions de connaissance requièrent que l'élève se rappelle et reconnaissent des informations, des noms, des définitions ou des étapes d'une démarche.

Verbes clés : identifier, calculer, rappeler, reconnaitre, trouver, évaluer, utiliser et mesurer

- Les items de connaissance mettent l'accent sur le rappel et la reconnaissance.
- Typiquement les items précisent qu'est-ce que l'élève devrait faire.
- L'élève doit effectuer une procédure qui peut être réalisée machinalement.
- L'élève n'a pas besoin d'appliquer une méthode originale pour trouver la solution

Ce qui suit illustre quelques caractéristiques d'un item de « **Connaissance** » :

- Remémorer ou reconnaitre un fait, un terme ou une propriété.
- Reconnaitre un exemple ayant trait à un concept.
- Calculer une somme, une différence, un produit ou un quotient.
- Reconnaitre une représentation équivalente.
- Effectuer une procédure spécifique.
- Dessiner ou mesurer des figures géométriques simples.
- Ressortir une information d'un graphique, d'une table, d'un tableau ou d'une figure.

Application
Les questions d'application requièrent un certain degré de compréhension que l'élève devra avoir pour appliquer ses connaissances mathématiques pour répondre correctement.

Verbes clés : trier, organiser, estimer, interpréter, comparer et expliquer

- Les items sont plus flexibles en ce qui concerne la pensée mathématique et le choix des réponses.
- Les questions exigent une réponse allant au-delà de l'habituel.
- La méthode de résolution n'est pas indiquée.
- L'élève devrait prendre sa propre décision au sujet de ce qu'il doit utiliser comme méthodes informelles ou comme stratégies de résolution de problèmes.
- L'élève a besoin de connaitre une variété de compétences et de connaissances provenant d'une variété de domaines afin d'être capable de résoudre des problèmes

Ce qui suit illustre quelques caractéristiques d'un item d'« **Application** » :

- Faire des liens entre les faits, les termes, les propriétés ou les opérations.
- Représenter mathématiquement une situation de plus d'une façon.
- Sélectionner et utiliser différentes représentations selon la situation et le but.
- Résoudre un problème contextuel.
- Comparer des figures ou des énoncés.
- Expliquer et fournir une justification des étapes suivies lors de la résolution d'un problème.
- Interpréter une représentation visuelle.
- Prolonger une régularité.
- Ressortir une information d'un graphique, d'une table, d'un tableau ou d'une figure et l'utiliser pour résoudre un problème à plusieurs étapes.

Analyse
Les questions d'analyse requièrent que l'élève aille au-delà de l'application et de la compréhension jusqu'aux habiletés mentales supérieures telles que l'analyse des généralisations et la résolution de problèmes.

Verbes clés : analyser, enquêter, formuler, expliquer, décrire et prouver
Ce qui suit illustre quelques exigences d'un item d'« **Analyse** » :

- Les items sont très exigeants en ce qui concerne la pensée mathématique.
- Les items incitent l'élève à réfléchir, à planifier, à analyser, à synthétiser, à porter un jugement et à avoir une pensée créative.
- Les items requièrent de l'élève de penser de façon abstraite et sophistiquée.

Ce qui suit illustre quelques caractéristiques d'un item d'« **Analyse** » :

- Expliquer les relations qui existent entre les faits, les termes, les propriétés ou les opérations.
- Décrire comment différentes représentations peuvent être utilisées pour différents buts.
- Effectuer une procédure à plusieurs étapes.
- Analyser des ressemblances et des différences qui existent entre les procédures et les concepts.
- Généraliser une régularité.
- Rédiger un problème original.
- Résoudre un problème contextuel à plusieurs étapes.
- Résoudre un problème de plus d'une façon.
- Justifier la solution d'un problème.
- Décrire, comparer et contraster des méthodes de résolution de problèmes.
- Fournir une justification mathématique.

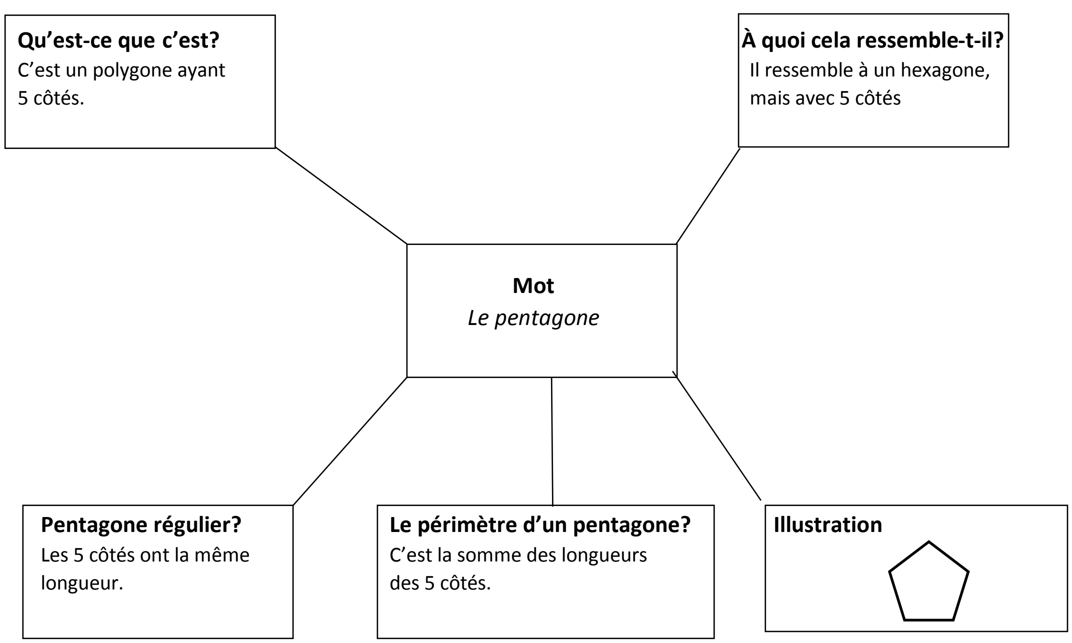
Annexe B : Des stratégies de lecture aux stratégies mathématiques

En mathématiques, l'élève devrait être en mesure de lire et de comprendre l'information qu'on lui fournit. À titre d'exemple, pour lire et comprendre la mise en situation d'un problème, l'élève doit connaitre la signification des termes tels que, régularité croissante et décroissante, numérateur et dénominateur d'une fraction, hexagone, octogone, périmètre, tracé linéaire, diagramme à bandes... Cette information est essentielle à la compréhension des mathématiques et à la résolution de problèmes.

« Les enseignants peuvent facilement optimiser l'utilisation du matériel de lecture en suivant les trois étapes du processus de lecture pour faciliter l'apprentissage. Il s'agit de diviser la tâche de lecture en trois étapes pour construire la compréhension : avant la lecture, pendant la lecture et après la lecture. Il est important de noter que l'intervention des enseignants à chaque étape du processus de lecture est cruciale pour l'apprentissage de leurs élèves. » (Stephanie Macceca et Trisha Brummer, Chenelière Éducation, 2010. *Stratégies de lecture en mathématiques, en sciences et en sciences sociales).*

Il est fortement conseillé d'adopter des stratégies de communication en mathématiques afin d'accroitre la capacité des élèves à retenir le sens de nouveaux mots relatifs aux concepts mathématiques à l'étude. À titre d'exemples tirés de « *Stratégies de lecture en mathématiques, en sciences et en sciences sociales »* avec adaptation, citons : la carte conceptuelle, la carte sémantique, la carte mentale, le tableau SVA et le modèle de Frayer.

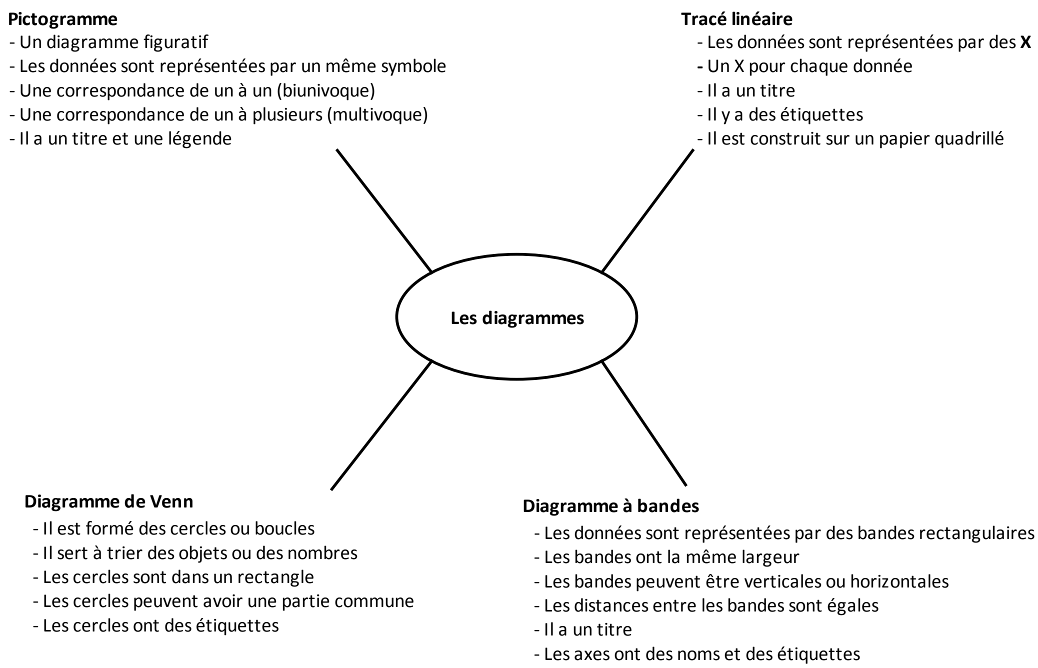
La carte conceptuelle
La carte conceptuelle est un organisateur graphique qui aide les élèves à retenir et comprendre les définitions et les propriétés des mots du vocabulaire mathématique. Exemple :



La carte sémantique

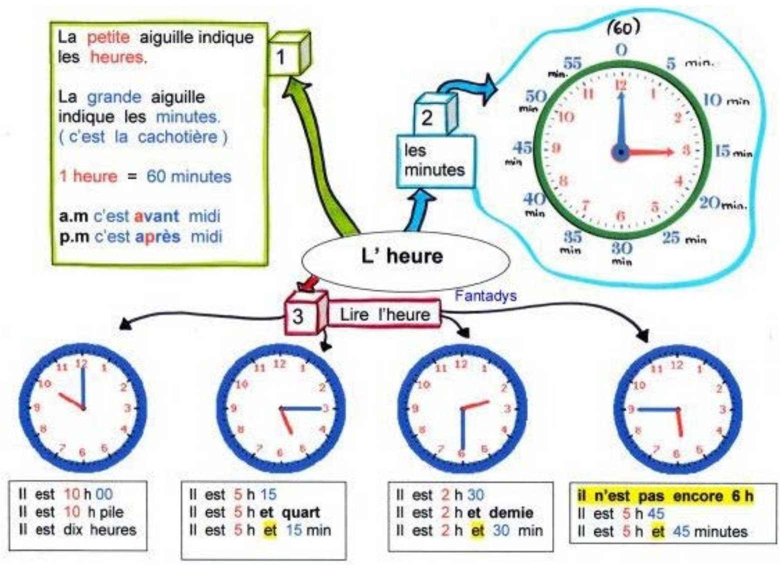
La carte sémantique est un organisateur graphique qui permet aux élèves d'explorer le sens d'un terme mathématique en lui associant des termes ou des locutions qui ont le même sens. Cette carte offre l'opportunité aux élèves de consolider leur compréhension conceptuelle ainsi que leurs habiletés langagières.

Exemple 1 :
Terme mathématique : Les diagrammes

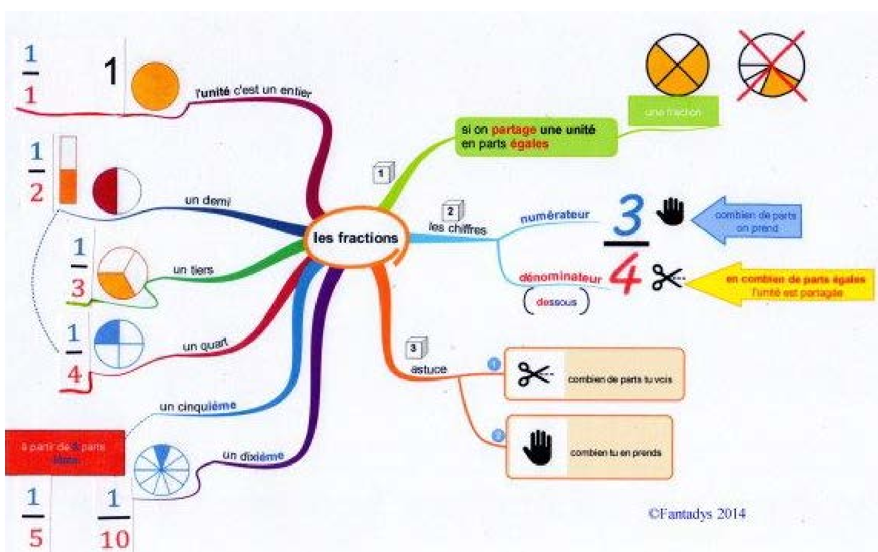


La carte mentale
La carte mentale est un outil, inventé par Tony Buzan, qui permet d'identifier et d'organiser tout ce que l'élève sais déjà sur un concept mathématique. Elle dresse un portrait de la manière dont l'élève pense. Elle est une structure visuelle qui lui permet de contrôler et de cerner le concept concerné, d'établir des liens entre des idées, de mémoriser et de restituer l'information. Il est important de signaler qu'une carte mentale est en constante évolution. Au fur et à mesure que l'élève avance dans l'étude d'un concept, la structure de la carte mentale pourrait être enrichie de nouvelles idées qui viennent constamment à l'esprit.

Exemple 1 :
Concept : L'heure



Exemple 2 :
Concept : La fraction



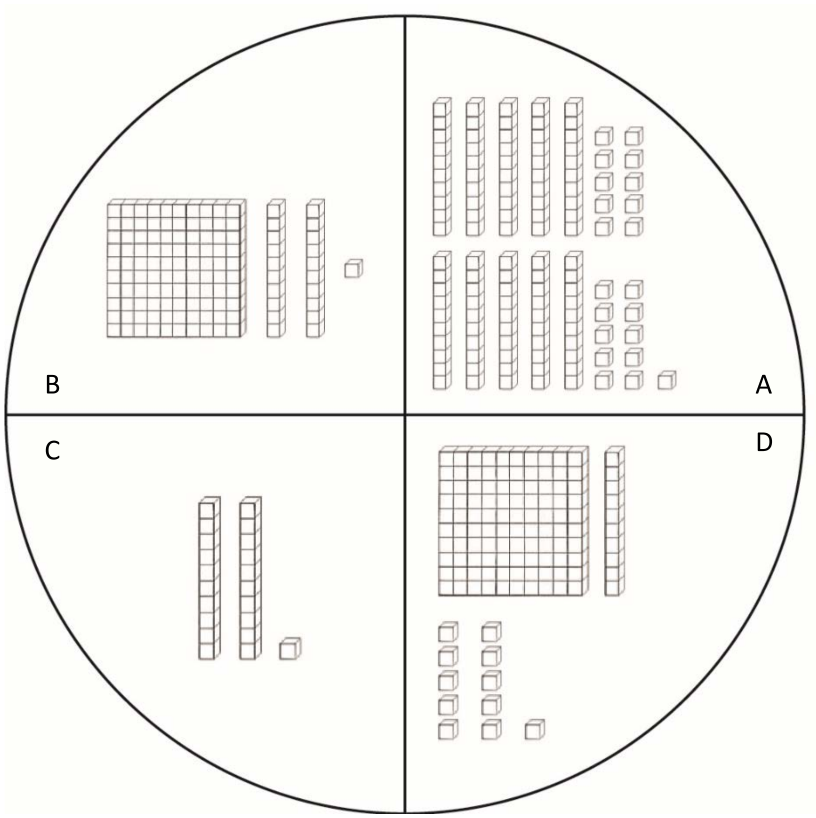
Source : https://www.pinterest.com/explore/carte-mentale-948883819733/

Le cercle conceptuel
Le cercle conceptuel est un organisateur graphique qui aide les élèves à établir des liens entre des mots, des expressions, des nombres, des illustrations, des concepts, etc. Avant de commencer une activité mathématique, il permet à l'enseignant d'activer les connaissances antérieures des élèves ainsi qu'aux élèves de prédire et de découvrir des relations. Pendant l'activité ou après, le cercle conceptuel aide les élèves à déterminer le concept ou l'attribut recherché et à reconnaitre le concept ou l'attribut intrus qui ne fait pas partie de ce qui est demandé.

Les étapes suivantes illustrent la façon d'utiliser cet organisateur :

- Tracer un cercle avec un nombre de secteurs égal au nombre d'attributs choisis.
- Choisir des attributs communs à un concept mathématique et les placer dans les secteurs du cercle.
- Demander aux élèves de déterminer le concept qui a ces attributs (ou vice versa) ainsi que les attributs intrus.

Exemple :
Concept mathématique : La représentation d'un nombre naturel à 3 chiffres avec des blocs de base dix.
Quel ensemble de blocs de base dix représente le nombre 121? Montre comment tu le sais.



Il est important d'exploiter langagièrement cette activité. Pour ce faire, demander aux élèves de présenter leur pensée mathématique à l'écrit ou à l'oral, en décrivant chaque ensemble de blocs de base dix.

Le tableau SVA

Le tableau SVA (S pour Je sais; V pour Je veux savoir; A pour J'ai appris) est un outil qui incite l'élève à ressortir ses connaissances antérieures et à établir des liens entre ces connaissances et l'information nouvelle. On l'utilise au début d'une leçon. L'élève écrit ce qu'il connait, il note ce qu'il voudrait apprendre, et enfin, il écrit ce qu'il a appris.

Sujet : les objets à trois dimensions

S	V	A
Un prisme a des sommets, des faces et des arêtes. *Les faces du prisme sont des rectangles.* *Une boite de lait est un prisme.* *Une sphère est ronde.*	*Est-ce qu'il y a d'autres objets à trois dimensions que le prisme?*	*On nomme un prisme d'après sa base.* *Un prisme a 2 bases.* *Autres les bases, les faces d'un prisme sont des rectangles.* *Il y a les pyramides.* *Une pyramide a une seule base.* *On nomme une pyramide d'après sa base.* *Autre la base, les faces d'une pyramide sont des triangles.* *Il y a le cylindre.* *Un cylindre a 2 bases qui sont des cercles.* … …

Le modèle de Frayer

Le modèle de Frayer est une stratégie qui permet aux élèves de mieux comprendre un concept mathématique et de le distinguer des autres concepts qu'ils ont déjà étudiés. Exemple :

Définitions

La multiplication est une addition répétée d'un même nombre.

Caractéristiques

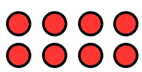
- La multiplication est commutative. ($4 \times 5 = 5 \times 4 = 20$)
- Le multiplicateur, le multiplicande et le produit
- Dans l'exemple $5 \times 4 = 20$, 5 est le multiplicateur, 4 et le multiplicande et 20 est le produit.

Mot concept
Multiplication

Exemples

- $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$ c'est 12
- 3 groupes égaux de 6 billes chacun
  C'est $3 \times 6 = 18$

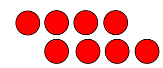
- La matrice ci-dessous représente $2 \times 4 = 8$



La matrice est un arrangement rectangulaire.

Contre-exemples

Cet arrangement n'est pas rectangulaire.
Donc, il n'est pas une matrice.
Donc, il ne représente pas une multiplication.



Pour plus de stratégies, veuillez consulter la ressource de Stephanie Macceca et Trisha Brummer, Chenelière Éducation, 2010. *Stratégies de lecture en mathématiques, en sciences et en sciences sociales).*

Annexe C : Niveaux cognitifs des questions de l'échantillon

Résolution de problèmes		Nombre		Régularités et relations	
No de la question	**Type de la question**	**No de la question**	**Type de la question**	**No de la question**	**Type de la question**
1	Application	1	Application	1	Connaissance
2	Application	2	Application	2	Application
3	Application	3	Connaissance	3	Application
4	Application	4	Connaissance	4	Analyse
5	Analyse	5	Application	5	Analyse
6	Analyse	6	Application	6	Application
7	Analyse	7	Application	7	Analyse
8	Analyse	8	Connaissance	8	Analyse
9	Analyse	9	Application	9	Application
		10	Application	10	Application
		11	Application		
		12	Connaissance		
		13	Connaissance		
		14	Application		
		15	Connaissance		
		16	Application		
		17	Application		

Forme et espace/Mesure		Forme et espace/2D et 3D		Statistique et probabilité/Analyse de données	
No de la question	**Type de la question**	**No de la question**	**Type de la question**	**No de la question**	**Type de la question**
1	Connaissance	1	Connaissance	1	Connaissance
2	Application	2	Connaissance	2	Application
3	Connaissance	3	Connaissance	3	Application
4	Connaissance	4	Application	4	Analyse
5	Connaissance	5	Application	5	Application
6	Connaissance	6	Analyse	6	Application
7	Application	7	Analyse	7	Analyse
8	Application	8	Connaissance	8	Analyse
9	Analyse			9	Application
				10	Application

Annexe D : Réponses des questions de l'échantillon

Résolution de problèmes		Nombre		Régularités et relations	
Question	**Réponse**	**Question**	**Réponse**	**Question**	**Réponse**
1	8 tenues	1	C	1	B
2	Michelle	2	D	2	D
3	37	3	B	3	C
4	6 bicyclettes	4	A	4	A
5	2	5	A	5	B
6	10 combinaisons	6	C	6	D
7	5 tables	7	D	7	A
8	121 cm	8	C	8	D
9	8 façons	9	B	9	D
		10	B	10	C
		11	B		
		12	B		
		13	A		
		14	D		
		15	D		
		16	C		
		17	A		

Forme et espace/Mesure		Forme et espace/2D et 3D		Statistique et probabilité/ Analyse de données	
No de la question	**Type de la question**	**No de la question**	**Type de la question**	**No de la question**	**Type de la question**
1	C	1	D	1	C
2	B	2	B	2	A
3	A	3	B	3	B
4	C	4	D	4	C
5	D	5	A	5	D
6	B	6	C	6	D
7	A	7	B	7	B
8	B	8	C	8	D
9	A			9	A
				10	D

Annexe E : Appliquer la méthode RIPSÉ pour résoudre les problèmes suivants

1. Mme Landry a ramassé 102 moules et M. Landry en a ramassé 84.
   Combien de moules de moins avait ramassées M. Landry?

2. François a 9 ans et il mesure 114 centimètres. Son père a 41 ans et il mesure 180 centimètres.
   De combien de centimètres François doit-il grandir pour être aussi grand que son père?

3. M. Comeau a acheté des fruits du supermarché voisin. Il a acheté 16 pommes rouges, 12 bananes, 7 pommes vertes, 9 oranges et 15 pommes jaunes.
   Combien de pommes M. Comeau a-t-il achetées?

4. Détermine la donnée manquante qui permet de résoudre le problème suivant :
   Angèle décide un samedi matin de cueillir assez de pommes et de faire des tartes. Elle a besoin de 3 pommes pour faire une tarte.
   Combien de tartes Angèle fera-t-elle? Montre ton travail.

5. La mère de Frédéric a 33 ans. Sa grand-mère a 59 ans et son grand-père a 27 ans de plus que sa mère.
   Quel âge a le grand-père de Frédéric?

6. Mme Doucet veut acheter 2 crayons à chacun de ses 24 élèves.
   Les crayons sont vendus dans des paquets de 6, 12 et 18 crayons.
   Mme Doucet achète 2 paquets de 6 et 2 paquets de 18 crayons.
   Est-ce que Mme Doucet a acheté assez de crayons pour en donner 2 à chacun de ses élèves? Montre ton travail.

7. Gaston dessine des rectangles sur du papier quadrillé à 1 cm.
   Tous les rectangles ont 24 cm de périmètre.
   Détermine le plus grand nombre de rectangles que Gaston peut dessiner. Montre ton travail.

8. Mme LeVert a 8 roses et 12 œillets. Elle veut faire 4 bouquets identiques en utilisant toutes ces fleurs.
   Combien de roses et d'œillets Mme LeVert doit mettre dans chaque bouquet? Montre ton travail.

9. M. d'Entremont a 48 poissons à vendre. Il veut les mettre dans plus de 2 sacs, mais dans moins de 6 sacs. Chaque sac doit contenir le même nombre de poissons.
   Combien de sacs M. d'Entremont doit-il utiliser? Montre ton travail.

Question	Réponse
1	M. Landry a ramassé 18 moules de moins que Mme Landry.
2	François doit grandir de 66 cm pour être aussi grand que son père.
3	M. Comeau a acheté 38 pommes.
4	La donnée manquante est le nombre de pommes nécessaires pour faire des tartes. Le nombre de tartes dépend du nombre de pommes cueillies ce nombre doit être divisible par 3 ou autrement dit un multiple de 3. Si Angèle cueille 3 pommes, alors elle fera 1 tarte. Si Angèle cueille 6, 9, 12 pommes…, alors elle fera respectivement 2, 3, 4 tartes …
5	Le grand-père de Frédéric a 60 ans.
6	2 paquets de 6 contiennent 12 crayons. 2 paquets de 12 contiennent 36 crayons. Mme Doucet a acheté 48 crayons. C'est suffisamment de crayons pour en donner 2 à chacun de ses 24 élèves.
7	Gaston peut dessiner les 6 rectangles suivants : 1 cm par 11 cm, 2 cm par 10 cm, 3 cm par 9 cm, 4 cm par 8 cm, 5 cm par 7 cm et 6 cm par 6 cm.
8	Mme LeVert doit mettre 2 roses et 3 œillets dans chaque bouquet.
9	M. d'Entremont doit utiliser : – 3 sacs et mettre 16 poissons dans chaque sac; – 4 sacs et mettre 12 poissons dans chaque sac.

Annexe F : Choix de stratégies

1. Natasha a 4 t-shirts et 2 pairs de jeans.

Combien de tenues différentes Natasha peut-elle faire?
Montre ton raisonnement et explique ta stratégie.

<u>Faire un tableau</u>

	Jeans (J1)	Jeans (J2)
T-shirt (T1)	T1J1	T1J2
T-Shirt (T2)	T2J1	T2J2
T-shirt (T3)	T3J1	T3J2
T-shirt (T4)	T4J1	T4J2

Donc, Natasha peut faire 8 tenues.

<u>Faire un dessin</u>

Donc, Natasha peut faire 8 tenues.

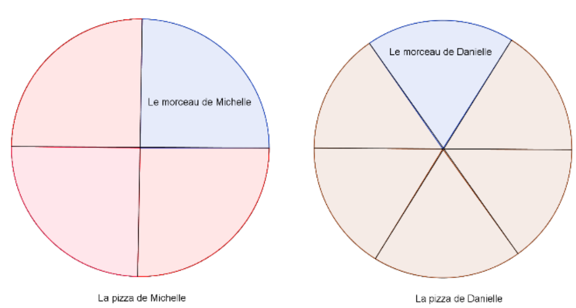
2. Michelle et Danielle commandent deux pizzas identiques.
La pizza de Michelle est coupée en quatre morceaux égaux et celle de Danielle en 6 morceaux égaux.

Laquelle des deux, Michelle ou Danielle, a eu le plus gros morceau de pizza?
Montre ton raisonnement et explique ta stratégie.

<u>Utiliser un modèle</u>
Le modèle peut être :

- deux cercles fractionnaires, un cercle avec 4 secteurs et un autre avec 6 secteurs
- deux réglettes Cuisenaire
- deux pizzas fractionnaires

<u>Faire un dessin</u>
Le dessin montre que Michelle a eu le plus gros morceau.



3. Pierre a 123 billes. Il donne quelques billes à son ami Paul. Il lui reste 86 billes.

Combien de billes, Pierre a-t-il données à Paul?
Montre ton raisonnement et explique ta stratégie.

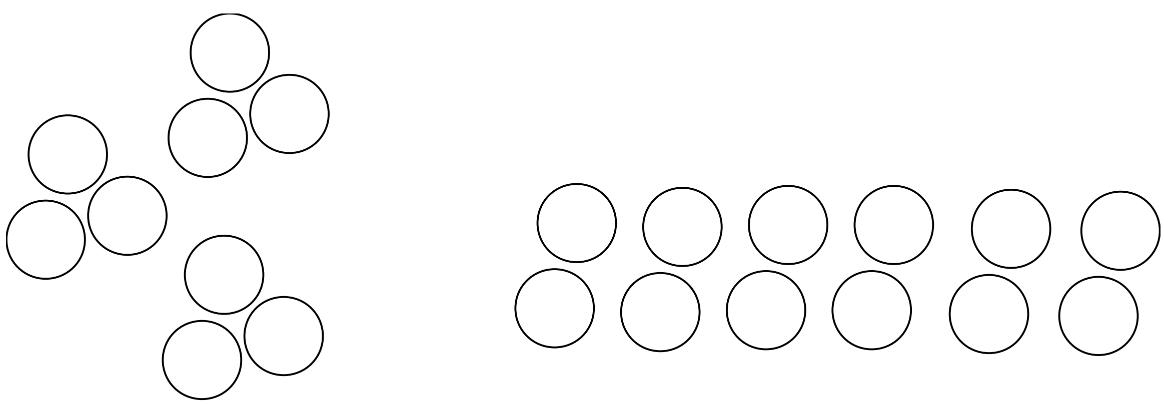
Utiliser un modèle
L'élève peut utiliser des jetons ou des carreaux de couleur ou tout autre matériel concret pour représenter cette situation de soustraction.
L'élève peut utiliser une équation telle que la suivante :
123 – ☐ = 86, où ☐ représente le nombre de billes que Pierre a données à Paul.

Faire un dessin
L'élève peut dessiner un ensemble de 123 petits cercles, puis en séparer un ensemble de 86 petits cercles et finalement compter le nombre de cercles qui restent dans l'ensemble de départ.

4. Sébastien et sa sœur ont des bicyclettes et des tricyclettes.
Ces bicyclettes et tricyclettes ont ensemble 21 roues.

S'ils ont 3 tricyclettes, alors combien de bicyclettes ont-ils?
Montre ton raisonnement et explique ta stratégie.

Utiliser un modèle
L'élève peut utiliser des jetons ou des carreaux de couleur ou tout autre matériel concret pour représenter cette situation.



Les trois tricyclettes ont 9 roues. Il reste 12 roues, donc 6 bicyclettes.

Faire un dessin

3 tricyclettes avec 9 roues | 12 roues dans 6 bicyclettes

Donc, Sébastien et sa sœur ont 6 bicyclettes.

5. Monette a 23 pommes.
Elle mange 3 pommes chaque jour.

Combien de pommes restera-t-il à Monette au bout de 7 jours?
Montre ton raisonnement et explique ta stratégie.

<u>Chercher une régularité</u>

$$23 \xrightarrow{-3} 20 \xrightarrow{-3} 17 \xrightarrow{-3} 14 \xrightarrow{-3} 11 \xrightarrow{-3} 8 \xrightarrow{-3} 5 \xrightarrow{-3} 2$$

Jour 1 Jour 2 Jour 3 Jour 4 Jour 5 Jour 6 Jour 7

Le nombre de pommes diminue selon une régularité dont la règle est : « À partir de 23, soustraire 3 chaque jour ».
Au bout de 7 jours, il reste 2 pommes.

<u>Faire un tableau</u>

Nombre de pommes mangées	
Numéro du jour	Nombre de pommes
Jour 1	23 – 3 = 20
Jour 2	20 – 3 = 17
Jour 3	17 – 3 = 14
Jour 4	14 – 3 = 11
Jour 5	11 – 3 = 8
Jour 6	8 – 3 = 5
Jour 7	5 – 3 = 2 pommes restent

Donc, au bout de 7 jours il reste 2 pommes.

<u>Utiliser un modèle</u>
L'élève peut utiliser un ensemble de 23 jetons, de 23 carreaux de couleur ou de tout autre matériel concret approprié.
Jour 1 : Il enlève 3 jetons de cet ensemble. Il reste 20 jetons.
Jour 2 : Il enlève 3 jetons de ces 20 jetons. Il reste 17 jetons.
Jour 3 : Il enlève 3 jetons de ces 17 jetons. Il reste 14 jetons.
Jour 4 : Il enlève 3 jetons de ces 14 jetons. Il reste 11 jetons.
Jour 5 : Il enlève 3 jetons de ces 11 jetons. Il reste 8 jetons.
Jour 6 : Il enlève 3 jetons de ces 8 jetons. Il reste 5 jetons.
Jour 7 : Il enlève 3 jetons de ces 5 jetons. Il reste 2 jetons.

Donc, au bout de 7 jours il reste 2 pommes.

Note : L'élève peut utiliser l'algorithme de la division et interpréter le reste.

6. Les billes sont vendues dans des sacs de 10, 25 et 50.
Steven veut acheter 160 billes. Trouve 5 combinaisons différentes de sacs que Steven peut acheter.

Dresser une liste ordonnée
Les combinaisons possibles :

Sac de 10 billes	Sac de 25 billes	Sac de 50 billes	Total
16 sacs	0 sac	0 sac	16 × 10 = 160 billes
11 sacs	2 sacs	0 sac	11 × 10 + 2 × 25 = 160 billes
6 sacs	4 sacs	0 sac	6 × 10 + 4 × 25 = 160 billes
1 sac	6 sacs	0 sac	1 × 10 + 6 × 25 = 160 billes
1 sac	0 sac	3 sacs	1 × 10 + 3 × 50 = 160 billes
6 sacs	0 sac	2 sacs	6 × 10 + 2 × 50 = 160 billes
11 sacs	0 sac	1 sac	11 × 10 + 1 × 50 = 160 billes
6 sacs	2 sacs	1 sac	6 × 10 + 2 × 25 + 1 × 50 = 160 billes
1 sac	2 sacs	2 sac	1 × 10 + 2 × 25 + 2 × 50 = 160 billes
1 sac	4 sacs	1 sac	1 × 10 + 4 × 25 + 1 × 50 = 160 billes

Donc, il y a 10 combinaisons possibles.

Utiliser un modèle
L'élève peut utiliser des jetons ou des carreaux de couleur ou tout autre matériel concret disponible.

7. Pour la fête de Jacques, sa mère veut recouvrir chaque table avec une bande de papier d'une longueur de 4 m.
Combien de tables pourra-t-elle recouvrir avec un rouleau de papier d'une longueur de 23 mètres?

Faire un tableau

Nombre de tables à recouvrir		
Nombre de bandes	**Longueur nécessaire (m)**	**Nombre de tables**
1	4	1
2	8	2
3	12	3
4	16	4
5	20	5

Le tableau montre que les 3 mètres qui restent du rouleau ne sont pas suffisants pour recouvrir une 6e table.

Donc, la mère de Jacques peut recouvrir 5 tables.

Faire un dessin

4 m 4 m 4 m 4 m 4 m.

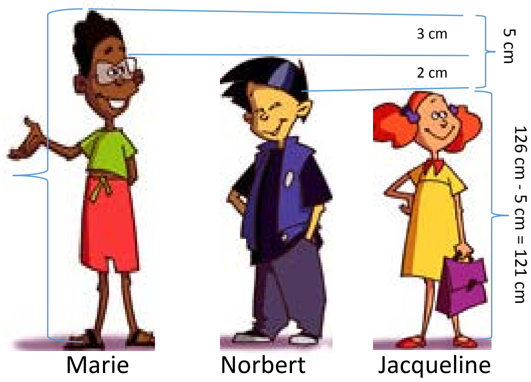
Il reste 3 m du rouleau. Donc, elle peut recouvrir 5 tables.

Note : L'élève peut utiliser l'algorithme de la division et interpréter le reste.

8. Marie mesure 3 cm de plus que Norbert.
Norbert mesure 2 cm de plus que Jacqueline.

Combien mesure Jacqueline si Marie mesure 126 cm?

Faire un dessin



Donc, Jacqueline mesure 121 cm.

Travailler à rebours
Norbert mesure 2 cm de plus que Jacqueline. Marie mesure 3 cm de plus que Norbert.
Donc, Marie mesure 5 cm de plus que jacqueline.
Jacqueline mesure 126 cm – 5 cm = 121 cm.
Donc, Jacqueline mesure 121 cm.

9. Lucien avait des pièces de monnaie de 5 cents, 10 cents et 25 cents.
Il a acheté un roman usagé à 45 cents.
On ne lui a pas rendu de monnaie.

De combien de façons différentes a-t-il pu payer son roman?

Dresser une liste ordonnée

Pièce de 5 cents	Pièce de 10 cents	Pièce de 50 cents	Prix du roman
9 pièces	0 pièce	0 pièce	$9 \times 5 = 45$ cents
7 pièces	1 pièce	0 pièce	$7 \times 5 + 1 \times 10 = 45$ cents
5 pièces	2 pièces	0 pièce	$5 \times 5 + 2 \times 10 = 45$ cents
3 pièces	3 pièces	0 pièce	$3 \times 5 + 3 \times 10 = 45$ cents
1 pièce	4 pièces	0 pièce	$1 \times 5 + 4 \times 10 = 45$ cents
4 pièces	0 pièce	1 pièce	$4 \times 5 + 1 \times 25 = 45$ cents
2 pièces	1 pièce	1 pièce	$2 \times 5 + 1 \times 10 + 1 \times 25 = 45$ cents
0 pièce	2 pièces	1 pièce	$2 \times 10 + 1 \times 25 = 45$ cents

Donc, Lucien a pu payer son roman de 8 façons différentes.

Utiliser un modèle
Note : L’élève peut utiliser de l’argent fictif pour déterminer les combinaisons possibles.